

96 香港小學數學精英選拔賽

試卷二答案與題解

1. 3 個數的總和是 $96 \times 3 = 288$

因此 C 必定是 9

B 是 6

A 是 2

$$A+B+C$$

$$= 2+6+9$$

$$= 17$$

$$\begin{array}{r} A16 \\ B3 \\ + C \\ \hline 288 \end{array}$$

$$6+3+\boxed{9}=18$$

$$1+\boxed{6}+1=8$$

- 2.

1	2	3
4	5	6

1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 23, 123, 45, 56, 456, 14, 25, 36, 1245, 2356, 123456

共有長方形 18 個

3. 設乙班籌得款項 x 元

則甲班籌得款項 $(2x-200)$ 元

$$x+(2x+200)=700$$

$$3x-200=700$$

$$3x=900$$

$$x=300$$

$\therefore$ 乙班籌得款項 300 元，甲班得款項 400 元

乙班籌得的款項比甲班少：

$$\frac{400-300}{400} \times 100\% = 25\%$$

4. 由於兩個數的 H.C.F. 是 31

將 33635 分解，得出 $31 \times 31 \times 5 \times 7$

所以，兩數的差是 $31 \times 7 - 31 \times 5 = 62$

$$\begin{array}{r} 31 \overline{) 33635} \\ 31 \overline{) 1085} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$$

5. 因為 2195.6 相當於原數的 1.1 倍

所以這個四位數是： $2195.6 \div 110\% = 1996$

6. 要使 4 個因數之和最大，其中 3 個因數便要盡量小，餘下的 1 個便會最大，所以，

$$2772 = 1 \times 2 \times 3 \times 462$$

因此，4 個因數之和是：

$$(1+2+3+462) = 468$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 2772} \\ 2 \overline{) 2772} \\ 3 \overline{) 1386} \\ 462 \end{array}$$

7. 第 1、2 個餅先用 2 分鐘一起烙熟。然後一起烙第 3、4 個餅。1 分鐘後，暫時取出第 3 個餅，將第 4 個餅反轉，放入第 5 個餅，1 分鐘後，取出第 4 個烙熟的餅，將第 5 個餅反轉，把第 3 個餅反轉放回再烙，1 分鐘後，第 3、5 個餅已經烙熟。所以烙熟 5 個餅最少需要 5 分鐘。

8. 設全班有 x 人，則全班同學的分數總和是 $70x$

及格同學分數的總和是 $90 \times \frac{2}{3}x = 60x$

不及格同學分數的總和是 $70x - 60x = 10x$

因為不合格的人數是全班的 $\frac{1}{3}$ ，所以他們的平均分是：

$$10x \div \frac{1}{3}x = 30$$

9. 36 的因數有：①, ②, ③, 4, ⑥, ⑨, 12, ⑬, 36
 54 的因數有：①, ②, ③, ⑥, ⑨, ⑬, 27, 54
 72 的因數有：①, ②, ③, 4, ⑥, 8, ⑨, 12, ⑬, 24, 36, 72
 36、54 和 72 的公因數是 1, 2, 3, 6, 9, 18。
 所以，鋸成小正方體木塊的邊長可以是 1 厘米、2 厘米、3 厘米、6 厘米、9 厘米和 18 厘米，即共有 6 種不同的鋸法。

10. 如下表所示，共有 10 種不同的方法湊成 10 元

一元 (個)	二元 (個)	五元 (個)
10	0	0
8	1	0
6	2	0
5	0	1
4	3	0
3	1	1
2	4	0
1	2	1
0	5	0
0	0	2

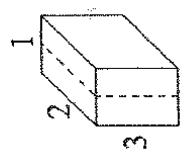
11. 設 4 枝棒的長度分別為 P 、 Q 、 R 和 S (單位是厘米)，而且 $P < Q < R < S$
- $$\begin{aligned} P+Q+R &= 38 \\ P+Q &+ S = 39 \\ P &+ R + S = 42 \\ Q &+ R + S = 43 \end{aligned}$$
- 上面四式相加，可得 $3(P+Q+R+S) = 162$ ，即 $P+Q+R+S = 54$
 最長的 S 棒是：54-38 = 16(厘米)

12. 白色部份的面積是：
 $\left(\frac{4 \times 4}{2} - \frac{3 \times 3}{2}\right) + \left(\frac{2 \times 2}{2} - \frac{1 \times 1}{2}\right)$
 $= 8 - 4.5 + 2 - 0.5$
 $= 5$ (平方厘米)

陰影部份的面積是： $\frac{5 \times 5}{2} - 5 = 7.5$ (平方厘米)

白色部份面積是陰影部份面積的： $\frac{5}{7.5} = \frac{2}{3}$

13.



這種切法可得兩個最大的截面面積
 切開後兩個長方體的表面積之和是：
 $(1 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 3 \times 2) \times 2 = 34 \text{ cm}^2$

14. $(10 \times 10 - 4) \div 4 = 24$

15.

十位數字	個位數字
9	
8	9
7	8, 9
6	7, 8, 9
5	6, 7, 8, 9
4	5, 6, 7, 8, 9
3	4, 5, 6, 7, 8, 9
2	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
1	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

符合要求的兩位數共有：

$$1+2+3+\dots+8$$

$$= \frac{1+8}{2} \times 8$$

$$= 36(\text{個})$$

16. 這數列的規律是單單雙、單單雙、單單雙、……
由於 $100 = 33 \times 3 + 1$

所以這組數共有奇數 $33 \times 2 + 1 = 67$ 個(包括第 100 個數)

17. 小於 25 的所有質數和是：

$$2+3+5+7+11+13+17+19+23 = 100$$

設分母是 y ，則分子是 $(100-y)$ ，因此

$$A = \frac{100-y}{y}$$

$$Ay = 100-y$$

$$Ay+y = 100$$

$$y(A+1) = 100$$

若 A 是一個質數且 A 的值為最小：

$A = 2$ ，不可能，否則 y 將是分數或小數

$A = 3$ ， $y = 25 = 2+23$ ，所以 $A = 3$

18. 由圖可知， C 的面積是：

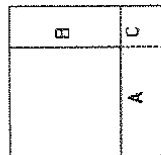
$$2 \times 2 = 4(\text{平方厘米})$$

A 與 B 的面積是：

$$(24-4) \div 2 = 10(\text{平方厘米})$$

原來正方形的邊長是： $\frac{10}{2} = 5(\text{厘米})$

原來正方形的面積是： $5 \times 5 = 25(\text{平方厘米})$



19. 因為 $1+2+3+\dots+100 = 5050$ ，
由此 $(1+2+3+\dots+49)+(51+52+53+\dots+100) = 5000$
所以 5000 這個數最多能寫成 99 個不同的自然數之和。

20. 總和是：

$$[(1+3+5+19+21+23)+(1+2+7+8+13+14)] \times 6 = 702$$

或

因 36 個空格的數字是由 2 至 37

$$\therefore \text{總和} = \frac{1+37}{2} \times 37 - 1 = 702$$

21. 因為在這 100 句話中，任何兩句都互相矛盾，
所以最多只能有一句是真話。在這 100 句話中，
不可能全部都是假話，否則第 100 句便成為真話。
因此在這 100 句話中，剛好有一句是真的，其餘 99 句都是假的。真的那句話就是第 99 句！

22. 第一個轉彎的地方是： $2 = 1+1$
第二個轉彎的地方是： $4 = 1+1+2$
第三個轉彎的地方是： $7 = 1+1+2+3$
第四個轉彎的地方是： $11 = 1+1+2+3+4$
第五個轉彎的地方是： $16 = 1+1+2+3+4+5$
如此類推，第二十個轉彎的地方是：

$$1+(1+2+3+4+\dots+20)$$

$$= 1 + \frac{1+20}{2} \times 20$$

$$= 1+21 \times 10$$

$$= 211$$

23. 賽跑和跳遠都參加的學生有：

$$(150+100) \times 2 - 300 = 200(\text{人})$$

賽跑和跳遠都參加的女生有： $200 - 120 = 80(\text{人})$

只參加賽跑沒有參加跳遠的女生有：

$$100 - 80 = 20(\text{人})$$

24. 由甲獨做一項工程需要 12 天完成，可知甲 1 天

完成工程的 $\frac{1}{12}$

甲獨做 8 天可完成工程的： $\frac{1}{12} \times 8 = \frac{2}{3}$ ，餘下工

$$\text{程：} 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

依題意可知，由乙獨做餘下工程需要 2 天完成，

$$\text{所以乙 1 天完成工程的：} \frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$$

甲獨做 2 天可完成工程的： $\frac{1}{12} \times 2 = \frac{1}{6}$ ，餘下工

$$\text{程：} 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

由乙獨做餘下工程需： $\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = 5(\text{天})$

25. 甲第一次追上乙需時： $(20+16) \div (7-5) = 18(\text{秒})$

甲第一次追上乙後，再次追上乙需時：

$$(20+16) \times 2 \div (7-5) = 18 \times 2 = 36(\text{秒})$$

所以從開始出發後，甲第二次追上乙需要經

過： $18+36 = 54(\text{秒})$