

第二十七屆全港青年學藝比賽

二〇〇二年香港小學數學精英選拔賽

計算競賽試題 參考答案

1. 答：649

解： $(68 - 56) \div (56 - 55) = 12$ ，說明餘下有 12 個數，最小是 1，假設 11 個數為 1，則另一個數是 $55 \times 12 - 11 = 649$ ，所以最大數可以是 649。

2. 答： $\frac{49}{50}$

解： $\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} + \cdots + \frac{1}{2+4+6+\cdots+98}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{(2+4) \times 2 \times \frac{1}{2}} + \cdots + \frac{1}{(2+98) \times 49 \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2 \times 6} + \cdots + \frac{2}{49 \times 100}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{49 \times 50} = \frac{1}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{49} - \frac{1}{50})$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$

3. 答：15 個

解：平均分成 8 份時有 7 個分點，每份長 $120 \div 8 = 15$ cm，同理分成 12 份時有 11 個分點，每份長 10 cm，15 和 10 的 L.C.M. = 30，即：每 30 cm 有一個分點共用，這樣有 $120 \div 30 - 1 = 3$ 個分點共用。

4. 答：線框裏面的最大數是 411。

解：分析線框中的數，橫的右比左大 1，豎的上比下小 7，中間為 5 個數的平均值，故有 $2020 \div 5 = 404$ ，那麼最大值為 $404 + 7 = 411$ 。

5. 答： $\frac{1}{3} \text{ m}^2$

解：因 M 是中點，所以三角形 ADM 的面積與三角形 ACM 的面積是正方形面積的 $\frac{1}{4}$ ，

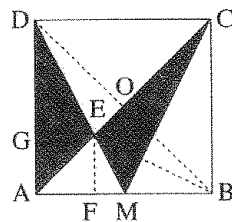
設 $S_{\triangle AEM} = a$ ，則有 $S_{\triangle BEM} = S_{\triangle AEM} = a$ ，又 $S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ADM} = \frac{1}{4}$

所以 $S_{\triangle ADO} - S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ADM} - S_{\triangle ADE}$ ，有 $S_{\triangle DEO} = S_{\triangle AEM} = a$

又 O 點是對角線的交點，所以 $S_{\triangle BEO} = S_{\triangle DEO} = a$ ，

從而可知 $3a = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{4}$ ，有 $a = \frac{1}{12}$ ，所以陰影面積為

$S_{\triangle ADM} + S_{\triangle ACM} - 2S_{\triangle AEM} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{3} (\text{m}^2)$

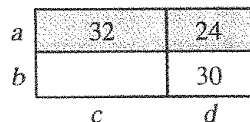


6. 答：這類數共有 3 個

解：設此類數為 $10a + b$ ，其中 $b \leq 9$ ，則有 $10a + b = 13a$ ， $b = 3a$ ，得 $a = 1, 2, 3$ 。即這類數祇有 3 個：13，26，39。

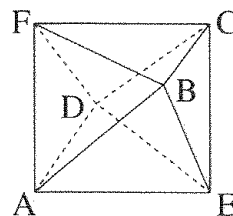
7. 答：另一個長方形的面積是 40 cm^2 。

解：由圖可知，對角的兩個長方形面積的積是相等的，都等於 $a \times b \times c \times d$ ，所以所求長方形的面積為 $32 \times 30 \div 24 = 40 \text{ cm}^2$ 。



8. 答：40 種

解：首先 D、F、B、E 的位置是對稱的，考慮 A 至 F 的情況，可得出：
FBEDC、FBECD、FBCDE、FBCED、FDEBC、FDECB、FDCBE、
FDCEB、FCDEB、FCBED 共 10 種走法，同理 C、E、B 各有 10 種走
法，因此有 $10 \times 4 = 40$ (種)



9. 答： $\frac{2}{4003}$

解：設所求分數為 $\frac{b}{a}$ ，則有 $\frac{1}{2002} < \frac{b}{a} < \frac{1}{2001}$ ，

當 $b = 1$ 時， $\frac{1}{2002} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2001}$ ，這樣的 a 找不到；當 $b = 2$ 時，採用擴值法： $\frac{2}{4004} < \frac{2}{a} < \frac{2}{4002}$ ，
這樣 $a = 4003$ ，所以所求分母最小的分數是 $\frac{2}{4003}$ 。

10. 答：8002

解：除前兩個數字 2, 0 外，這串數字每隔 20 個就循環一次，

而 $(2002 - 2) \div 20 = 100$ ，於是前 2002 個數字的和是 $2 + 0 + (0 + 2 + 2 + 4 + 6 + 0 + 6 + 6 + 2 + 8 + 0 + 8 + 8 + 6 + 4 + 0 + 4 + 4 + 8 + 2) \times 100 = 2 + 80 \times 100 = 8002$ 。

11. 答：至少要燈柱 35 枝。

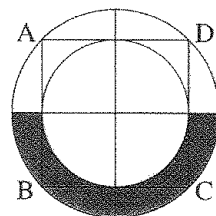
解：因為 AC 的一半是 280，CB 的一半是 315，280 和 315 的 H.C.F. 是 35，所以 $(560 + 630) \div 35 + 1 = 35$ (枝)

12. 答：87541362

解：根據題意知 8 個差數應是 0 至 7，推知差數是 0 的欄中兩個數相同，前四個數不可能由 8, 7, 6, 5 組成，否則後四個數由 1, 2, 3, 4 組成，設有一欄兩數相同，由求最大值推算，前四個數依次為 8, 7, 5, 4 時，可得所求為 87541362

13. 答：圖中陰影部分的總面積等於 39.25 cm^2 。

解：原圖中陰影部分的面積相當於右圖中陰影部分的面積，即半個圓環，小圓半徑為 $10 \div 2 = 5$ ，大圓半徑的平方為 $(5^2 + 5^2)$ ，所求陰影部分的面積為 $[(5^2 + 5^2)\pi - 5^2\pi] \div 2 = 39.25 (\text{cm}^2)$



14. 答： $\frac{49}{64}$

解：第 2002 個分數是 14，觀察其排列規律知，以 2 為分母的數有 1 個，以 3 為分母的數有 2 個，...

而 $1 + 2 + 3 + \dots + 62 = 1953$ ， $1 + 2 + 3 + \dots + 63 = 2016$ ，所以第 2002 個數的分母是 64，而 $2002 = 1953 + 49$ ，所以第 2002 個分數是分母為 64 的分數中左起第 49 個數，它的分子是 49。

15. 答：被擦掉的那個正整數是 15。

解： $10.8 = \frac{54}{5} = \frac{108}{10} = \frac{162}{15} = \frac{216}{20} = \dots$

以上分數的分子表示去掉一個正整數的和，分母表示個數。

當分母為 5 時，說明原來是 6 個從 1 開始的連續正整數。

而 $1 + 2 + \dots + 6 = 21$ ，從 1 至 6 中擦掉最小的 1，其和小於 54。

所以，不可能是第一個分數。同理，也不可能是第二、三。

由於 $1 + 2 + \dots + 21 = 231$ ，而 $231 - 216 = 15$ ，所以，擦掉的正整數是 15。