

第二十七屆全港青年學藝比賽

二〇〇二年香港小學數學精英選拔賽

數學競賽試題 參考答案

1. 答：這輛公共汽車最少要有 56 個座位。

解： $14 + (13 - 1) + (12 - 2) + (11 - 3) + (10 - 4) + (9 - 5) + (8 - 6) = 56$

(要考慮的是前 7 個站，包括起點站，第 8 站和以後各站座位已足夠了)

2. 答：這個月的 5 號是星期四。

解：從題中可知，這個月祇有星期日，星期一是 5 個，可推知 1 號是星期日，那麼 5 號就是星期四。

3. 答：應該從丙箱裏摸球。

解：若丙箱摸出是籃球，則由標籤全貼錯知，該箱應是兩個籃球，故乙箱應是一個籃球和一個足球，甲箱是兩個足球，若丙箱摸出的是足球，同理也可糾正。

4. 答：圖書館內一共有 120 張椅子。

解：設圖書館的椅子總數為單位“1”，所對應數量為 $21 - 12 + 12 \div 2 = 15$ ，所以該圖書館共有座位 $15 \div \frac{1}{8} = 120$ (張)

5. 答：最少要過 104 分鐘 A 才能和 B 在池塘同一條邊上。

解： $(800 - 400) \div (50 - 46) = 100$ (分鐘)， $50 \times 100 \div 400 = 12.5$ (個邊長)， $46 \times 100 \div 400 = 11.5$ (個邊長)， $(400 \div 2) \div 50 = 4$ (分鐘)， $100 + 4 = 104$ (分鐘)

6. 答：6 分鐘。

解：利用人、車的速度比不變列算式，設每隔 x 分鐘有電車從兩面的總站同時開出，根據題意，得 $\frac{4}{x-4} = \frac{12}{12-x}$ ，解出 $x = 6$

7. 答：最多能選出 18 張椅子。

解：相鄰兩號碼的積小於 100，而兩位數 $\times$ 兩位數大於 100，故相鄰兩號碼不能同為兩位數，又要求選出的椅子最多，所以，一位數與兩位數應交替出現，因為一位數有 9 個，9 個數之間又有 9 個間隔，可放置 9 個兩位數，所以 $9 + 9 = 18$ (張)。

8. 答：最快注滿水池的水管編號是 d。

解：由所列表相鄰兩條水管比較可得， $a > c$ ， $b < d$ ， $c < e$ ， $d > a$ ， $e < b$ 整理得， $d > b > e > c$ ， $d > a > c$ ，由已知 5 條水管中必有進水管，其中 d 最大，所以單開 d 水管，注滿水池的時間是最短。

9. 答：最少損失 2002 元。

解：根據題意，應該盡量使維修時間相等，設電車 A、B、C、D、E、F、G 修復時間依次是 12，17，8，18，24，30，14，則甲工修 C、G、D，乙工修 B、E，丙工修 A、F，又因為要求把損失減小到最低，故每人盡量先修時間短的車，故修復順序是：甲：8，14，18；乙：17，24；丙：12，30；所以甲、乙、丙三人修車損失的和是 $(8 + 8 + 8 + 14 + 14 + 18) \times 11 + (17 + 17 + 24) \times 11 + (12 + 12 + 30) \times 11 = 770 + 638 + 594 = 2002$ (元)。

10. 答：m = 1；n = 6。

解：汽車兩小時行的路程為， $(100m + n) - (10m + n) = 90m$

汽車速度為45公里/小時

$m = 2$ ， $mn > 20$ ，汽車一小時行90公里

$90 + mn > 100$ ，與 mn 是兩位數不符

所以 $m = 1$ ，汽車速度為每小時45公里

$10n + 1 = 10 + n + 45$ ，所以 $n = 6$

11. 答：要使水溢出水池需要 $20\frac{3}{4}$ 小時。

解：由 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{7}{60}$ ，可知甲、乙、丙、丁順次各開1小時後，池中水增加 $\frac{7}{60}$ 。

稱“甲、乙、丙、丁各開1小時”為一個循環。因每次循環之後，首先開甲管1小時，池中的水就要增加 $\frac{1}{3}$ ，所以在逐步增加循環次數的過程中，池中的水一旦超過 $\frac{2}{3}$ ，就不能再開下一個循環。

4次循環後，池中有水 $\frac{1}{6} + \frac{7}{60} \times 4 = \frac{19}{30} < \frac{2}{3}$ 。

(因 $\frac{19}{30} + \frac{1}{3} = \frac{29}{30} < 1$ ，這說明，4次循環後，再單開甲管1小時仍不能注滿水池。)

5次循環後，池中有水， $\frac{1}{6} + \frac{7}{60} \times 5 = \frac{3}{4}$

而 $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} > 1$ 。這說明，5次循環後，再單開甲管不足1小時，水就開始溢出了。

5次循環後(1次循環4小時)，池中還差 $(1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{4}$ 池水才滿。再開甲管 $\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$ (小時)。所以，經過 $20\frac{3}{4}$ 小時以後水開始溢出水池。

12. 答：剩下一袋內裝有14個球。

解：由於球的總數為 $9 + 12 + \cdots + 28 = 167$ ，又由於 $167 \div 3 = 55 \cdots 2$ ，這說明剩下一袋內的球數除以3餘2，在九個數中，除以3餘2的數祇有14，所以剩下一袋內裝有14個球。

13. 答：長方形的面積是 1056 cm^2 。

解：因A、B的邊長分別是4、7。所以C的邊長為 $(4 + 7) - x = 11 - x$ ；

D的邊長為 $(11 - x) - x = 11 - 2x$ ；

E的邊長為 $(11 - x) + 4 = 15 - x$ ；

F的邊長為 $(15 - x) + 4 = 19 - x$ ；

G的邊長為 $(19 - x) - (7 - 4) = 16 - x$ 。

由於是長方形，所以F、G邊長的和等於C、D、E邊長的和。

$(11 - x) + (11 - 2x) + (15 - x) = (19 - x) + (16 - x)$

解此方程，得 $x = 1$

由此可知，長方形的長是33，寬是32，長方形的面積為

$33 \times 32 = 1056 (\text{cm}^2)$

14. 答：乙比甲少拿錢4元。

解：由 n^2 的個位與十位數字的組成知， n^2 的十位數字為奇數時，個位數字祇能為6，而已知在乙後拿的不足10元，那麼 n^2 的十位數字為奇數，這時的個位數字為6。

15. 答：電梯應在第17字樓停。

解：除地下外，電梯再停一次，所以： $(25 - 1) \div (2 + 1) = 8$ ， $25 - 8 = 17$

要使步行的樓梯數最小，電梯應停在第17字樓。地下至第8字樓可不乘電梯，直接從地下步行；9~16字樓，先乘電梯到17字樓，再往下步行；18~25字樓，先乘電梯到17字樓，再往上步行。