2005 年香港小學數學精英選拔賽
計算競賽題解

1. 答：1111

解：原式 $= 1111 \times (2 \times \dfrac{29}{100} - 3 \times 0.04 + 6 \times 0.09)$

$= 1111 \times (0.58 - 0.12 + 0.54) = 1111$

2. 答：5

解：觀察給出的幾個數的特點發現學生報數的規律是以 1,2,3,4,5,4,3,2 循環的，把這 8 個數作爲一組，那麼 2005 名學生可分成 250 組還剩 5 名，最後 5 名報的數應是 1,2,3,4,5。因此第 2005 名學生所報的數是 5。

3. 答：24

解：設四個方格中的數字爲 a,b,c,d

即：

$$\begin{array}{r} a\,b \\ \times \quad 5 \\ \hline c\,d \end{array}$$

因乘積是兩位數，所以斷定 $a = 1$

又由於乘數爲 5，所以 $d = 0$ 或 5，即 d 的最大值是 5，又 $b \le 9$，$c \le 9$

$\therefore a + b + c + d \le 1 + 9 + 9 + 5 = 24$

而事實上：

$$\begin{array}{r} 1\,9 \\ \times \quad 5 \\ \hline 9\,5 \end{array}$$

$1 + 9 + 9 + 5 = 24$，表明 24 是可達到的值

所以，四個方格所代表的四個數字之和的最大值是 24。

4. 答：$a(b + c + d)$

解：兩個數的和一定時，它們越相近，它們的積就越大。

因而 $a(b + c + d)$ 最大。

5. 答：18

解：因爲兩位數"精賽"是平方數，只可能是 16、25、36、49、64、81。

對 16、25、36、49、64、81 分別一一列舉，經推算只有"精" = 8 而"賽" = 1，才使"精英" = 精+英^{2}成立，即 $89 = 8 + 9^2$。所以，精+英+賽 $= 8 + 9 + 1 = 18$。

6. 答：5.75 港元

解：$8.05 \times 80 \div 112 = 5.75$，則一萬越南盾可兌換 5.75 港元。

7. 答：72

解：因 a724b 是 12 的倍數，則 4b 是 4 的倍數，所以 b 最大是 8。因(a+7+2+4+8)是 3 的倍數，則 a 最大是 9，故 $a \times b$ 的最大值是 $8 \times 9 = 72$。

8. 答：324

解：要使第十個數盡可能大，前九個數應盡量小 (取 1~9)，而後六個數應盡量接近。後六個數的平均數是 $[2005 - (1+2+3+\cdots\cdots+9)] \div 6 = 326\frac{2}{3}$，最接近的是 324、325、326、327、328、330，所以，第十個數的最大是 324。

9. 答：45 組

解：採用試值法。假設 2005 在第 50 組，前 50 組共有 $1+2+3+\cdots\cdots+50 = 51 \times 25 = 1275$ 個數，從 1, 3, 5, 7, 9, ……數列知這組最末一個數是 $(2\times1275-1)=2549$，第一個數是 2451，所以 2005 不在第 50 組。假設 2005 在第 40 組，同理有 $1+2+\cdots\cdots+40 = 41\times20 = 820$ 個數，最末一個 $(820\times2-1)=1639$，所以 2005 不在第 40 組。而 $2451 > 2005 > 1639$，故知 2005 在 40 組和 50 組之間。假設在 45 組，則前 45 組共有數 $1+2+3+\cdots\cdots+45 = 46\times22+23 = 1035$ 個數，這組最末一個是 $(1035\times2+1)=2069$，第一個數是 1981，故 2005 在第 45 組。

10. 答：26

解：設每個正方形四角上圓圈中的數字之和為 x，(由於圖形中間正方形的每個圓圈相關於相鄰的三個正方形) 則由 5 個正方形四角的數字之和可得 $(1+2+\cdots\cdots+12)+2x=5x$，$x=26$。

11. 答：199

解：由 a、b 是選自 1~100 的正整數中兩個不同的數，$\frac{a+b}{a-b}$ 之值最大，可知應取 $a-b=1$，從而 a+b 之值要最大，據此 $a=100$，$b=99$，所以，$\frac{a+b}{a-b}$ 的最大值是 199。

12. 此條題目取消。

13. 答：991

解：三位絕對質數數碼只能由 1、3、7、9 組成，先從最大的三位奇數中由大到小篩選，999、997、993、991，……，而 999 不是質數，應排除。用不超過 31 的質數試除知，997 是質數，但交換數碼後 $979=11\times89$，不是質數，所以，997 不是絕對質數，應排除。993 是合成數也應排除。而 991 是質數，交換數碼後，199、919 經試除可知也是質數，所以 991 是最大的三位絕對質數。

14. 答：1444

解：平方數末尾數字只能為 0、1、4、5、6、9。由於求最小的正整數，從三位數分析知，因為 111、444、555、666、999，均非平方數，而四位數 1111 也不是平方數，但 $1444=38^2$，故滿足題設條件的最小正整數是 1444。

15. 答：第 4 列

解：觀察已知表格。

$$\begin{array}{ll}
\text{第一組} & \left\{\begin{array}{l} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ (\text{奇數排}) \\ \quad 9\ 8\ 7\ 6\ (\text{偶數排}) \end{array}\right. \\
\text{第二組} & \left\{\begin{array}{l} 10\ 11\ 12\ 13\ 14\ (\text{奇數排}) \\ \quad 18\ 17\ 16\ 15\ (\text{偶數排}) \end{array}\right. \\
\text{第三組} & \left\{\begin{array}{l} 19\ 20\ 21\ 22\ 23\ (\text{奇數排}) \\ \quad 27\ 26\ 25\ 24\ (\text{偶數排}) \end{array}\right.
\end{array}$$

……

可以分析尋找規律如下：

(1) 連續正整數按每組 9 個數，且奇數排從大到小自左往右五個數，偶數排從大到小自右往左四個數的規律循環排列。

(2) 觀察第二組，第三組，發現奇數排的數如果用 9 除有如下規律：第一列用 9 除餘數為 1，第二列用 9 除餘數為 2，……，第五列用 9 除餘數為 5。同理發現偶數排的數如果用 9 除有如下規律：第二列用 9 除餘數為 0，第三列用 9 除餘數為 8，……，第五列用 9 除餘數為 6。

根據以上規律，有 $2005 \div 9 = 222\cdots\cdots7$。

歸納出 2005 應排列在偶數排第四列的位置上。