

2005 年香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

1. 答：84 公里

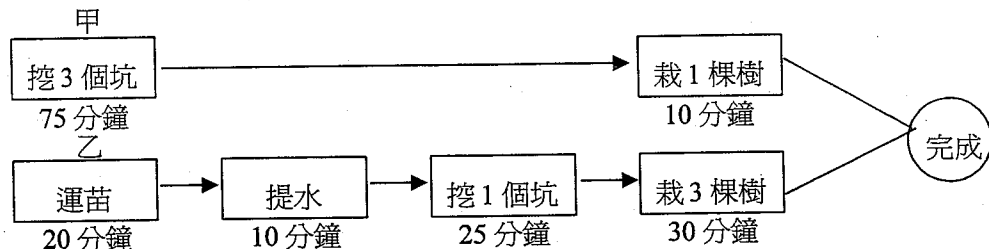
解： $21 \div (1 + \frac{1}{2}) \div \frac{1}{6} = 84$ 公里

2. 答：118

解：符合條件的兩位數的兩個數字之和能被 4 整除，而比這些兩位數大 1 的數，如果十位數不變，則個位增加 1，其和便不能整除 4，因此個位數一定是 9，這種兩位數有：39、79。所以，所求的和是 $39 + 79 = 118$ 。

3. 答：85 分鐘

解：甲乙兩位同學同時開始植樹活動，整個過程的安排用流程圖所示：



所以，完成任務所需的最短時間為 85 分鐘。

4. 答：15 分

解：因第五名的分數比前四名的平均分低 5 分，比後四名的平均分高 10 分。故前四名的平均分比後四名的平均分高 15 分。

5. 答：綠色

解：從左上角開始，向下填色到第 2004 行，再自左向右填色到第 2005 個格子，共填色了 2004 格 + 2004 格 = 4008 格。 $4008 \div 7 = 572 \cdots 4$ ，餘數為 4，所以一定是 7 種顏色按順序填色：排序的第 4 種，即綠色。

6. 答：9 種

解：組成邊長為 7 的正方形，只有一種形式： $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$

組成邊長為 8 的正方形，也只有一種形式： $8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5$

組成邊長為 9 的正方形，因為 $9 = 1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5$ ，5 種組合中，選出 4 種組合就可構成一個正方形，所以有 5 種形式。

組成邊長為 10 的正方形，只有一種形式： $1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$

組成邊長為 11 的正方形，只有一種形式： $2 + 9 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6$

共有 $1 + 1 + 5 + 1 + 1 = 9$ 種不同的選法。

7. 答：38 分鐘

解：假定汽車維修用了 x 分鐘。如圖，設點 A 為乙城市所在地，點 C 為甲城市所在地，點 B 為師生途中與汽車相遇之處。



在師生們遲到乙城市的 30 分鐘裏，有 10 分鐘是因遲出發造成的，還有 20 分鐘是由於從 C 到 B 步行代替乘車而耽誤的。汽車所遲的 30 分鐘，一方面是維修耽誤了 x 分鐘，另一方面是少跑了 B 到 C 之間的一個來回而省下的時間。

已知汽車速度是步行速度的 6 倍，而從 C 到 B 步行比乘車要多花 20 分鐘。由此可知汽車由 C 到 B 應用 $\frac{20}{6-1} = 4$ 分鐘，一個來回省下了 8 分鐘。所以 $x - 8 = 30$ ，知 $x = 38$ 。即汽車在途中維修用了 38 分鐘。

8. 答：5:7

解：點燃 4 分鐘後，較短蠟燭還有 $\frac{6}{10}$ ，較長蠟燭還有 $\frac{3}{7}$ ，即 $\text{短} \times \frac{6}{10} = \text{長} \times \frac{3}{7}$ 。所以， $\text{短}:\text{長} = \frac{3}{7}:\frac{6}{10} = 5:7$ 。

9. 答：260 個

解：設白色佔 $\frac{n}{5}$ ，則黃色佔 $1 - \frac{1}{4} - \frac{n}{5} = \frac{15-4n}{20}$ 。因為黃色有 91 個，所以 $(15-4n)$ 必是 91 的因數，推知 $n=2$ ，由此求得箱子裏共有乒乓球： $91 \div \frac{15-4n}{20} = 260$ 個。

10. 答：42 條

解：因為路線總是有限的，於是很自然的想法，是用枚舉法試試，但是經幾條路的探究後，就會覺得由於通路的錯綜複雜，哪條路算過，哪條路還沒算都搞不清了，所以我們不妨換一條思路，用倒推法試一試。

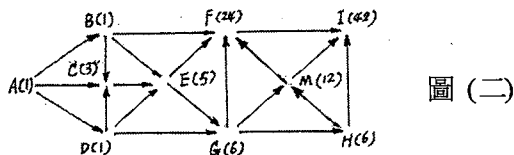


圖 (二)

從圖 (二) 可以看出來，要想到 I，就必須經過 F、M、H，因此從 A 到 F、M、H 各有幾條路，其總和便是從 A 到 I 所有不同的路數，對 F、M、H 可做同樣的倒推分析，這樣一步一步地倒推下去，最後歸結為找 A 到 B、C、D 的不同路數，因此再倒推過去，便得到如下的計算方法：如果把 A 至某點的路數記在表示該點的字母旁邊，那麼，要求 A 到達某點的路數，只要看有幾只箭頭到達該點，這幾只箭頭的尾數據之和即為所求。為統一起見，A 為數據記為 1，於是由 A 到 B、C、D 的路數分別記為 1、3、1，到 E 的路數為 $1+3+1=5$ ，其他類推。最後得 A 至 I 的路數為 $24+12+6=42$ 條。

11. 答：443 年

解：因為去世時的年數等於去世時的年齡 $\times 23$ ，所以 $1629 < \text{去世時的年齡} \times 23 < 1634$ ，得 $70 < \text{去世時的年齡} < 72$ ，由此可知去世時的年齡為 71 歲，1607 年時為 $1607 - 71 \times 22 = 45$ 歲，2005 年時為 $2005 - 1607 + 45 = 443$ 年，是徐光啓誕辰年數。

12. 答：28 名

解：設有 a 名女生，b 名男生，根據題意，第 n 個到會的女生序號 n 同與她握過手的男生數之間的關係，似乎存在一定的規律，我們列表來尋找其中的規律。

到會女生的序數	與這個女生握過手的男生人數
1	b
2	b-1
3	b-2
.....	
n	b-(a-1)

因為最後一個女生同 7 名男生握過手，所以， $b-(a-1)=7$ ，也就是 $b-a=6$ ，把這個結果同“男女生共 50 名”結合起來，即 $a+b=50$ ，可知男生人數是 28 名。

13. 答： $3\frac{1}{3}$

解：設 AB、CD 交於 O，陰影三角形面積為 S，則矩形 AEDO 面積為 2S，由 $\frac{S_1}{2S} = \frac{CO}{DO} = \frac{S_2}{S_3}$ ，得 $\frac{8}{2S} = \frac{6}{5}$ ，解，得 $S = \frac{10}{3}$ ，則陰影三角形的面積是 $3\frac{1}{3}$ 。

14. 答：132cm

解：設點 C 離地面的高度為 x cm，則 $\frac{x-20}{80\%} + 20 = \frac{x}{80\%}$ ，解得 $x = 132$ 。

15. 答： $2\frac{1}{2}$

解：△PEF、△EFC、△PDF 的面積之和等於梯形 PECD 的面積，由此可得方程

$$\frac{1}{2} + 2 \times 2 \div 2 + 1 \times PD \div 2 = (PD + 2) \times 3 \div 2, \text{ 解得 } PD = \frac{1}{2}.$$

$$\text{所以 } AP = 3 - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}.$$