2006年香港小學數學精英選拔賽
計算競賽題解

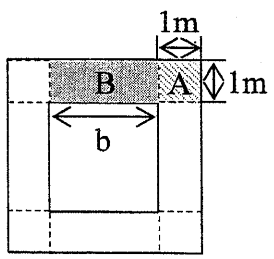
1. 解答：$6 \blacklozenge 5 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40$

2. 解答：由 2005 + 保 = 2006 + 良 = 2007 + 局，知“保良局”是三個連續的正整數，且保>良>局，分解 4896，$4896 = 2^5 \times 3^2 \times 17 = 16 \times 17 \times 18$，知“保”= 18，“良”= 17，“局”= 16，所以 $= 2 \times (18 + 17 + 16) + 1904 = 2006$。

3. 解答：可列算式解數字謎 $420 + 42 = 462$，A 是 420。

4. 解答：由 $S = \frac{n(n+1)}{2}$，又 n、$n+1$ 是兩個連續的正整數，已知 $n(n+1)$的個位數字只是 0、2、6，所以，S 的個位數字只能是 0、1、3、5、6、8 這六個數字。因此，S 的個位數字不能是 2、4、7、9。

5. 解答：可根據已知條件作示意圖求解較易，中間正方形花圃面積爲 4 平方米。
如右圖，
$4A + 4B = 12$
$\because A = 1m^2$
$\therefore 4B = 12 - 4$
$B = 2\ m^2$
$\because B = b \times 1$
$\therefore 2 = b \times 1$
$b = 2\ m$
$\therefore$ 花圃 $= 2 \times 2 = 4m^2$



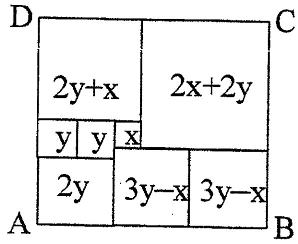
6. 解答：設大、小正方形邊長分別爲 x、y，由它們的面積差是 $x^2 - y^2 = 28$，及周長差是 $4x - 4y = 8$，即 $x - y = 2$，推算得 $y = 6$，求得 $y^2 = 36$，所以小正方形面積爲 $36cm^2$。

7. 解答：2006 減去它的一半，餘下 $2006\times(1-\frac{1}{2})$，再減去餘下的$\frac{1}{3}$，餘下 $2006\times(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})$，……，
最後剩下 $2006\times(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})\times(1-\frac{1}{4})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{1003})=2006\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{1002}{1003}=2$。

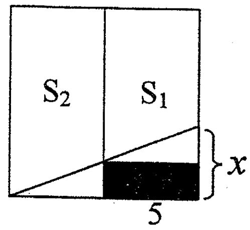
8. 解答：由 $1 + 2 + 3 + \cdots + 9 = 45$ 及已知每邊 4 個數之和是 21，那麼三邊數之和爲 $21 \times 3 = 63$，又 $63 - 45 = 18$，已知圖形的三個角上的三個數均重複計算一次，所以 $A + B + 8 = 18$，得 $A + B = 18 - 8 = 10$。

9. 解答：要求差最小，盡可能從 8 個相同或相近的質數入手考慮，當質數爲 13 時，$8 \times 13 = 104$，只有將 100 分解作 13、13、13、13、13、13、11、11 才合乎要求，故其差最小爲 $13 - 11 = 2$。

10. 解答：分別以 x、y 表示兩個最小的正方形的邊長。從與邊長爲 y 和 x 的小正方形有公共邊的正方形入手，可將各個正方形的邊長都用 x 和 y 表示出來 (如右圖)。解方程 $AB = 2y + (3y - x) + (3y - x) = 32cm$，$CD = (x + 2y) + (2x + 2y) = 32cm$，得 $x = 4cm$，$y = 5cm$。此後，各個正方形的邊長便被逐一確定。所以，$AD = (x + 2y) + y + 2y = 29cm$。



11. 解答：兩個梯形的面積差等於右圖中的陰影部分的面積，所以 $5\times\frac{x}{2}=10$，得 $x=4$ 厘米。



12. 解答：因爲 A、B、C、D 從大到小排列，並且互不相同，所以兩兩相減所得的差中 A–D 最大，是 25。由於兩兩相減構成的差共有 6 個，那麼在 7、11、14、18 中有一個是相同的差。設重複的差爲 x，

則由$(A - D) + (A - C) + (A - B) + (B - C) + (B - D) + (C - D) = 75 + x$

即：$3 \times (A - D) + B - C = 3 \times 25 + x$

$x = B - C$

若 $x = 18$ 或 14、11，都將出現矛盾，所以，$x = B - C = 7$。

13. 解答：設所取爲 a、b、c，且 $1 \le a、b、c \le 9$，有 $100a + 10b + c$，……六個組合，將六個組合的表達式求和得 $222 (a + b + c) = 3330$，得 $a + b + c = 15$，當 $a = 9$、$b = 5$、$c = 1$ 時，那麼所求這六個三位數中最大一個爲 951。

14. 解答：設所求正整數爲 k，由已知得 $70 = ka + n$，$110 = kb + m$，$160 = kc + h$，$n + m + h = 50$，將三式相加，得 $k (a + b + c) = 290 = 10 \times 29 = 2 \times 145 = 5 \times 58$，從已知條件分析：$k \neq 10$、2、5、58、145 (否則與已知被除數、餘數及餘數之和等相矛盾)，那麼 $k = 29$。

15. 解答：如右圖，反複應用直角三角斜邊 $c^2 = a^2 + b^2$ (a、b 爲兩直角邊長)，得：$S_A = S_B + S_C = S_G + S_F + S_D + S_E = 13^2 = 169$。那麼四個陰影正方形的面積之和等於 169 cm^2。