

2006 年香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

1. 解答：最大數為 $4.12\dot{3}12\dot{3}$ 。
2. 解答：設該書有 x 頁，則有 $(x-99) \times 3 + 90 \times 2 + 9 = 636$ ，解得 $x = 248$ 。那麼該書共有 248 頁。
3. 解答：由正方形邊長相等得知，分解 $31 = 16 + 15$ ，原正方形隊列為 16×16 ，參加表演的同學共 256 人。
4. 解答：在餘下的 $120 - 102 = 18$ 票中，甲再得 5 票，餘下的 13 票假定由乙全得，則乙為 48 票，甲 50 票，所以若甲要保證當選，至少還要得 5 票。
5. 解答：設女生與男生人數分別為 x 、 y ，則有 $6(x+y) = 15x$ ， $y:x = 3:2$ ，他們的植樹比為 15:10。那麼由男同學完成，每人應植 10 棵樹。
6. 解答：採用倒推法解，最後剩 2 個，那麼第七位同學拿走 $(3+1)$ 個，第七位同學拿之前剩 6 個，那麼第六位同學拿走 $(7+1)$ 個，……，依此推導得，這堆蘋果原共有 510 個。
7. 解答：由已知最長邊與最短邊比是 5:2，它們的邊長差是 6 厘米，則最長邊為 10 厘米，最短邊長為 4 厘米，中間一條邊長為 8 厘米，那麼這個三角形的周界是 22 厘米。
8. 解答：由兩人需用一菜碗，三人需用一個湯碗，那麼可適當考慮一個同時能被 2、3 整除的數入手考慮， $30 + 30 \div 2 + 30 \div 3 = 55$ ，這個同學給 30 人領了碗。
9. 解答：3(黃)、6(黃)、12(黃)、24(紅)、23(黃)、46(黃)、92(紅) 91，那麼最少需按 7 次按鈕。
10. 解答：已知甲每天喝掉 1 包茶葉的 $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30}$ ，乙每天喝掉 1 罐咖啡的 $\frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{1}{60}$ 。
已知甲在有茶葉的情況下絕不喝咖啡，那麼 30 天後，甲喝完茶葉而此時乙只喝掉半罐咖啡，剩下的半罐咖啡甲乙一起喝需要 5 天喝完。所以，共需 35 天喝完咖啡和茶葉。
11. 解答：共比賽 $12 + 21 - 8 = 25$ 局，甲當裁判 $25 - 12 = 13$ 局。由於同一人不會接連當兩局裁判，故甲是第 1、3、…、11、…、25 局的裁判，那麼第 10 局的輸方為甲。

12. 解答：不能計算，因不知道石塊及玻璃瓶的實際重量。

13. 解答：由已知沒有單獨 1 人去探訪石老師，又知一種不相等正整數之積 $3 \times 4 \times 5 = 60$ ，而另一種正整數之積 $2 \times 3 \times 5 = 30$ (二月份的天數 ≤ 29)，分析知，這天去的三批學生分別只能是 2、3、4 人，那麼這一天是 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 日，由 24 日是星期日得 1 日是星期五。

14. 解答：由已知第二批錄音帶是第一批錄音帶數量的 2 倍找其存在的數量關係，設 3 盒裝錄音帶數目共有 n 盒，得購進錄音帶盒數共 $n + 2n$ ，所需投資 $\frac{n}{3} \times 16 + \frac{2n}{4} \times 21$ ，由於售出要得 20% 的收益，得 $(\frac{n}{3} \times 16 + \frac{2n}{4} \times 21) \times 1.2$ ，那麼購回的全部錄音帶每 3 盒售價為 $[(\frac{n}{3} \times 16 + \frac{2n}{4} \times 21) \times 1.2] \div [(n + 2n) \div 3] = 19$ 元。

15. 解答：如下圖，圖形的面積 $S = a \times b - [f \times g + (g - e) \times d]$ ，要使 S 的值最大，則 $f \times g + (g - e) \times d$ 要最小，故 $a、b$ 應是 7 和 8；因為 $(a + b) \times 2 = a + b + c + d + g - e + f + h = 30$ ，由 $a + b + \dots + h = 1 + 2 + \dots + 8 = 36$ ，由兩式得 $2e = 6$ ， $e = 3$ ；又 $f \times g + (g - 3) \times d$ 要最小，得 $g = 4$ ， $f = 1$ ， $d = 2$ ， $f \times g + (g - 3) \times d = 4 + 2 = 6$ ；再由 $a = 7$ ，知 $a = c + g - e$ ，得 $c = 6$ (若 $a = 8$ ，有 $c = 7$ 與 b 的取值矛盾)；由 $b = d + f + h$ 得 $h = 5$ 。所以這個圖形的最大面積為 $S = 56 - 6 = 50$ 。

