

2007 年香港小學數學精英選拔賽

計算競賽題解

1. 解答：原式 $= (2007 + 993) + (200.7 + 99.3) + (20.07 + 9.93) + (2.007 + 0.993) = 3333$ 。

2. 解答： $\triangle \times \triangle = (2007 + 3) \div 5 - 2 = 400$ ， $\triangle = 20$ 。

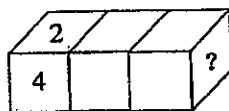
3. 解答：原式 $= \frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \frac{9}{16 \times 25} + \frac{11}{25 \times 36} + \frac{13}{36 \times 49}$

$$= (1 - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{9}) + \dots + (\frac{1}{25} - \frac{1}{36}) + (\frac{1}{36} - \frac{1}{49})$$
$$= 1 - \frac{1}{49} = \frac{48}{49}$$

4. 解答：因為任意 3 個相鄰數之和最大是 2006，所以可設 $(A + B + C) + (C + D + E) = 2006 \times 2$ ， $A + B + 2C + D + E = 4012$ 。因為要求 5 個數之和最大，所以 C 應盡量小， $C = 1$ 。 $A + B + C + D + E = 4012 - 1 = 4011$ 。

5. 解答：分解 $24 = 1 \times 2 \times 12 = 1 \times 3 \times 8 = 1 \times 4 \times 6 = 2 \times 3 \times 4$ ，只有 $1 + 2 + 12 = 15$ 是 5 的倍數。

6. 解答：因為 3 的對面是 $7 - 3 = 4$ ，與 4 接合的面是 $8 - 4 = 4$ ，所以原題圖可簡化為下圖：



因為 2 的對面是 5，4 的對面是 3，所以上圖中左邊正方體的左、右兩面是 1 和 6。如果左面是 6，右面是 1，那麼與 1 接合的面應是 $8 - 1 = 7$ ，不合題意。所以左面是 1，右面是 6。與 6 接合的面是 $8 - 6 = 2$ ，2 的對面是 $7 - 2 = 5$ ；與 5 接合的面是 $8 - 5 = 3$ ，3 的對面是 $7 - 3 = 4$ ，即有“？”的這個面上所寫的數是 4。

7. 解答：由 $9 \times 9 = 81$ ，所以滿足條件的最小整數是一個三位數，得 455 為所求。

8. 解答： $2007 \times 16 - (16 + 16 - 28) \times (2007 - 1) = 32112 - 8024 = 24088$ 厘米。

9. 解答：顯然“香”=1，“港”+“精”=9，“數”+“英”=9，“學”+“賽”=17，所以 7 個漢字代表的 7 個數字之和等於 $1 + 9 + 9 + 17 = 36$ 。

10. 解答：陰影三角形面積： $(3+7) \times 1 \div 2 = 5$ 。
11. 解答：899，989，998，1799，1979，1997，1889，1898，1988，共 9 個數。
12. 解答：位數不同的正整數比較，數位越多數越大，所以劃掉數字的個數越少越好。 $45 - 26 = 19$ ，至少要劃掉 3 個數字。位數相同的正整數比較，前面的數越大數越大，所以應盡可能保留前面的大數。將 19 分成三個數之和，且最大數盡量小，得到 $19 = 8 + 6 + 5$ 。劃掉 8、6、5，得到 974321 為最大的正整數。
13. 解答：因為 $\overline{AB}$ 是一個質數，所以，B 只可能為 1、3、5、7、9，又 $\overline{BC}$ 是一個平方數，因此， $\overline{BC}$ 只能為 16 或 36，而 $\overline{CA}$ 是一個質數與一個不為 1 的平方數之積，所以，A 為 3 或 8。 $(63 = 3^2 \times 7, 68 = 2^2 \times 17)$ 故四位數 $\overline{ABCA}$ 為 3163 或 8368，最大值為 8368。
14. 解答：設 $\triangle CBE$ 、 $\triangle DAE$ 的面積分別為 x 、 y 平方厘米。 $\because CE = 2 + 8 = 10, EF = 20, \therefore S_{\triangle FBE} = 2S_{\triangle CBE} = 2x$ 。 $\because DE = 8, EG = 20 + 4 = 24, \therefore S_{\triangle GAE} = 3S_{\triangle DAE} = 3y$ 。 $\because x + y = 67, 2x + 3y = 166, \therefore y = 32, \therefore S_{\triangle ADG} = 4S_{\triangle DAE} = 4 \times 32 = 128$ 平方厘米。
15. 解答：由於原式是三個積的和，我們將每一個積用一個字母代替，記為 $\square \times \square + \square \times \square \times \square + \square \times \square \times \square = A + B + C$ 。因為 $A \times B \times C = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320$ 是一個定值，要使它們的和 $(A + B + C)$ 最小，所以，要求 A、B、C 這三個數越接近越好。由於 $35^3 = 42875 > 40320 > 39304 = 34^3$ ，則 A、B、C 應取在 35 左右。而 31、37 是質數， $33 = 3 \times 11, 34 = 2 \times 17$ ，都有超過 7 的質因數，是不可能取到的。從而只有 $A = 35 = 5 \times 7, B = 32 = 1 \times 4 \times 8, C = 36 = 2 \times 3 \times 6$ 。所以， $(A + B + C)$ 最小為 $35 + 32 + 36 = 103$ 。