

2008 香港小學數學精英選拔賽 計算競賽題解

1. 解：原式 $= 11 \times 11 \times [(1 \times 2) + (2 \times 3) + \cdots + (8 \times 9)] = 11 \times 11 \times 240 = 29040$
2. 解： $(2008 \times 2007 \times 1.0001 + 2007 \times 2008 \times 1.0001) \div (2008 \times 2007)$
 $= (2008 \times 2007 \times 2.0002) \div (2008 \times 2007) = 2.0002$
3. 解：設全街道有 n 家，則 $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) \leq 60$ ， $1 + 2 + 3 + \cdots + n > 60$ ，因 $1 + 2 + \cdots + 10 = 55$ ， $1 + 2 + \cdots + 11 = 66$ ，可知， $n = 11$ ，故小英家號碼為 $66 - 60 = 6$ 號
4. 解：三個圓周相加的和是 12 個○裏的數相加的和，而圖形中每個○在三個圓周都要重覆一次，因此這三個圓周上的數的和是 $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \times 2 = 42$ ，則這個相等的和是 $42 \div 3 = 14$
5. 解：原式 $= 6 \times 6 \times 111111 \times 111111 \div 36 = 111111^2 = 12345654321$
6. 解：由已知，得到有 $1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + \cdots + 2008 \times 2 = 1004 \times (2 + 4016)$
 $= 1004 \times 4018 = 4034072$
7. 解：相同數字的兩位數有 9 個 (11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99)，又有三個數字相同的三位數有 9 個 (111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999)，這樣的三位數每個數都是 111 的倍數，而 $111 = 37 \times 3$ ，故所求數中必有一個數是 37 的倍數 (1 至 2 倍)，分解以上三位數知，只有 $74 \times 3 = 222$ ，得 $74 + 3 = 77$ ， $37 \times 18 = 666$ ，得 $37 + 18 = 55$ 成立。
8. 解： $0.45 \times 0.432 = \frac{45}{99} \times \frac{432}{1000} = \frac{1944}{9900} = \frac{1}{100} \times \frac{1944}{99} = \frac{1}{100} \times (19 + \frac{63}{99})$
 $= \frac{1}{100} \times (19 + 0.6\bar{3}) = 0.19\bar{63}$ ，所以它的小數點後第 2008 位是數字 3。

9. 解：設 $\overline{axb} = 9\overline{ab}$ ，則 $100a + 10x + b = 9(10a + b)$ 得 $5(a + x) = 4b$ ，所以 $b = 5$ ， $a + x = 4$ ，得 $a = 1, 2, 3, 4$ ，故這樣的兩位數最大為 45。
10. 解：三個偶數個位的和能被 7 整除，只有其和是 14，而又要連續，只有 $14 = 6 + 8 + 0$ ，故最小的三個兩位偶數是 16, 18, 20，其和是 54。
11. 解： $A = 100a + 10b + c + 100b + 10c + d + \cdots + 100g + 10h + i = 111(c + d + e + f + g) + 110b + 100a + 11h + i$ ，則當 $c + d + e + f + g$ 最大時， A 最大，可依次排出： $c + d + e + f + g = 9 + 8 + 7 + 6 + 5$ ， $b = 4$ ， $a = 3$ ， $h = 2$ ， $i = 1$ ， A 最大值是 4648。
12. 解：由 2008 這個數可想到， $45^2 = 2025$ ， $46^2 = 2116$ ，當原正整數列的前 2026 項減去 $1^2, 2^2, \dots, 45^2$ 項時，所留下 $2026 - 45 = 1981$ 項，而原正整數列 2115 項減去 $1^2, 2^2, \dots, 45^2$ 項時，所留下 2070 項，而且在從第 1981 項到 2070 項之間的 90 項中沒有平方數，那麼新數列中的第 2008 項的數應是 $2008 + 45 = 2053$ 。
13. 賽後修訂：
2, 4, 8, 251, 502, 1004, 2008 (任何一組答案均可)
14. 解：要使 $a + b$ 最大， a 和 b 都盡可能最大，又餘數 b 最大值可能取到 42，當 999 (最大三位數) 除以 43 的商， a 的最大值為 23，但我們知此時餘數為 10，而不是我們想要的 42，又取商 22，餘數為 42，得 $a + b = 22 + 42 = 64$ 。
15. 解：上面一行數的排列規律為 $1 + 4(n - 1)$ ，下面一行數的排列規律為 $2008 - 3(n - 1)$ ，上、下兩行數對應相減，得 $2007 - 7(n - 1)$ ，這裏我們要找的是大數減小數所得差的最小數，當 $n = 287$ ，上式值大數減小數為 5，而當 $n = 288$ 時，上式大數減小數為 2，這才是我們所求的數，故 $7 \times 287 - 2007 = 2$ 。