2009 香港小學數學精英選拔賽
計算競賽題解

1. 解：10044。分析：除以 2009 時，餘數最大是 2008，所以這個五位數的最小值是 $2009\times4+2008=10044$。

2. 129 段

3. 解：341。分析：由 $a\times b\times c\times d=2010=2\times3\times5\times67=1\times2\times3\times335$，則當 $a+b+c+d=1+2+3+335=341$ 爲最大值。

4. 解：$559\frac{71}{81}$。分析：$-\frac{1}{9}\times(100+99+98+\ldots+2+1-\frac{1}{9}\times100)$

$$=\frac{1}{9}\times(5050-\frac{100}{9})$$

$$=559\frac{71}{81}$$

5. 解：17244。分析：設這個數爲 $\overline{a724b}$，因爲 $\overline{a724b}$ 是 12 的倍數，所以 $\overline{4b}$ 是 4 的倍數，b 是 4 的倍數或 0，又（a+7+2+4+b）是 3 的倍數，即 a+b+1 是 3 的倍數；又當 b 的取值爲 0, 4, 8 時，a 的取值爲 2, 1, 3，所以這個五位數的最小值是 17244。

6. 解：234705。分析：利用乘法分配律簡單，原式

$=(2000+1)\times5+(2000+2)\times7+(2000+3)\times9+(2000+4)\times11+(2000+5)\times13+(2000+6)\times15+(2000+7)\times17+(2000+8)\times19+(2000+9)\times21$

$=2000\times(5+7+9+\ldots21)+(1\times5+2\times7+3\times9+4\times11+5\times13+6\times15+7\times17+8\times19+9\times21)$

$=2000\times(5+21)\times9\div2+(5+14+27+44+65+90+119+152+189)$

$=234000+705$

$=234705$

7. 解：A+H+M+N＝26

8. 解：1990。分析：設這個數爲 $\overline{abcd}$，由題意得 $(1000a+100b+10c+d)+(a+b+c+d)=2009$，即 $1001a+101b+11c+2d=2009$，顯然，$a=1$，有 $101b+11c+2d=1008$。當 c、d 取最大數字 $c=d=9$ 時，$11c+2d$ 的最大值爲 $99+18=117$，得 $101b\geqq1008-117=891$，得 $b=9$，$11c+2d=99$。又 $0\leqq2d\leqq18$，得 $81\leqq11c\leqq99$，所以 c=8 或 9。當 c=8 時，$d=\frac{11}{2}$（捨去）；當 c=9 時，d=0。所以這個四位數是 1990。

9. 解：51000。分析：滿足已知條件的整數有 40，80，120，160，⋯，2000，（由 $2009\div40=50\cdots\cdots9$）即求其和知 $40+80+120+160+\cdots+2000=51000$。

10. 解：110。分析：如果兩個正整數之和爲定值，那麼它們越靠近（即兩數之差越少），其平方和就越小。例如：3+8=4+7=5+6，$3^2+8^2=73>4^2+7^2=65>5^2+6^2=61$。任意給出組合題設條件的正方形邊長，例如設（p, q, r, s）的邊長分別爲（1, 2, 7, 10）。我們在滿足 4 個不同正整數之和爲 20 的限制下對 4 個對作調整，使它

們逐步靠近。那麼，它們的平方和就逐步減少。當不能再調整時，就得到最小的平方和。

（1, 2, 7, 10）→（1, 4, 5, 10）→……（3, 4, 5, 8）→（3, 4, 6, 7）

$3^2 \times 4^2 \times 6^2 \times 7^2 = 110$。所以這 4 個正方形的面積之和的最小值是 110。

11.解：42。分析：$a(b^b c+1)=4^2 \times 5^3$ 當 a=2 時，$b^b c=3^3 \times 37$，b=3，c=37，a+b+c=42；當 a=5 時，$b^b c+1=400$，$b^b c=399=3\times133=3\times7\times19$，b、c 爲質數，則不能計算。

12.解：12。分析：根據 k 天比賽的總得分可列方程：

$k(1+2+3+\ldots+n)=26n$

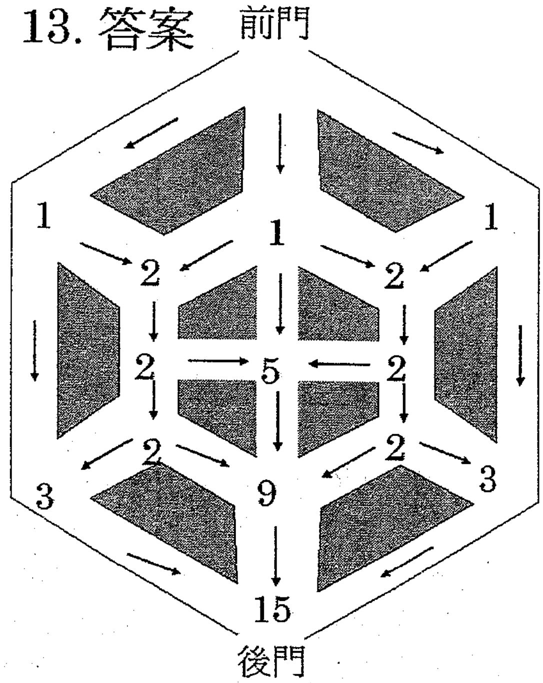
$\frac{kn(n+1)}{2}=26n$

$k(n+1)=52=1\times52=2\times26=4\times13$

因爲 k 是 n 的因數，且 k 大於 1，所有只有 k=4，n=12。

13.解：15。分析：根據加法原理，用標數法，標出到每個交叉口的走法數。可算出從前門的不同路徑共有 15 條。

13. 答案



14.解：34。分析：顯然如果是一位數就是兩個（1，2），如果是兩位這樣的數有 3 個（12，21，22），考慮三位數，如果它的第一位是 1，那麼第二位就只能是 2，這樣第三位可以按照一位數的構造方法去做（因爲 2 對後面不起影響），即有兩個（121，122），如果第一位是 2，那麼後面兩位數就按照兩位數的構造方法去做，有 3 個（212，221，22），因此這樣的三位數有 2+3=5 個。依此類推，3+5=8 個，五位數有 5+8=13 個，六位數有 8+13=21 個，七位數有 13+21=34 個。

15.解：1989。分析：在十個數碼中只有 0、1、8 倒看仍是它本身，6 與 9 倒看分別是 9 與 6。

設門牌號是 $\overline{ABCD}$ 倒看成 $\overline{XYZW}$，

$\overline{ABCD}+4872=\overline{XYZW}$，從 $A+4\leq9$ 且 $A\neq0$、$A\neq8$，可知 A=1 和 W=1

從 $\overline{1BCD}+4872=\overline{XYZ1}$ 可知 X=6 和 D=9

即 $\overline{1BC9}+4872=6YZ1$

從上式看 B 只能爲 8 或 9，從而 Z 爲 8 或 6，若 B=8，$\overline{18C9}+4872=6Y81$ 推出 C=0，Y=6 矛盾，若 B=9，$\overline{19C9}+4872=6Y61$ 推出 C=8，Y=8 符合條件，所以門牌號爲 1989。