

2009 香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

1. 〈解〉81。〈分析〉設被錄取者的平均成績是 a ，則未被錄取者的平均成績是 $a-38$ ，於是有 $150a+850(a-38)=1000\times 55$ ，解得 $a=87.3$ ，那麼錄取分數是 $87.3-6.3=81$ （分）。
2. 〈解〉96。〈分析〉八人的平均得分是 64 分，那麼他們的總分為 $64\times 8=512$ 分。因為 A、B、D、E、G、H 六人的總得分為 $74+48+90+33+60+78=383$ （分）。所以我們就知道，C、F 的總得分為 $512-383=129$ （分）。又因為 F 是八人中最高分，那麼 F 肯定比 D 的得分要高， $F>90$ 分，於是 C 的得分必須低於 $129-90=39$ （分）。又說 F 為其他七人中某人得分的兩倍，其他七人中只有 B 的得分的兩倍大於 90 分而小於 100 分，這說明 F 的得分只能是 B 的得分的兩倍，即算得 F 為 $48\times 2=96$ （分）。
3. 〈解〉上午 9 點。〈分析〉利用逆推的方法思考，中午 12 點充滿了容器，那麼按一分五的速度分裂，上午 11 點已裝滿容器全部的 $\frac{1}{5}$ ，上午 10 點已裝滿容器全部的 $\frac{1}{25}$ ，那麼上午 9 點已裝滿容器全部的 $\frac{1}{125}$ 。
4. 〈解〉750。〈分析〉反過來思考，瓶中剩下酒精 60 毫升，倒進 180 毫升後，此時瓶中的酒精為第二次倒出後剩下酒精的 $\frac{4}{9}$ ；如果再倒出 40 毫升，瓶中的酒精就是原來酒精的 $\frac{2}{3}$ 。據此分析，可得算式如下：

$$[(60+180)\div\frac{4}{9}-40]\div\frac{2}{3}=(540-40)\div\frac{2}{3}=500\times\frac{3}{2}=750(\text{毫升})$$
5. 〈解〉C、D。〈分析〉由於條件（5）涉及三個地方，故首先從此入手，若去 E 地，則也必須去 A、D 地，但既去 A 地，就必去 B 地；若要去 D 地，則必去 C 地；而 B 和 C 這兩地不能都去，所以選擇去 E 地是不對的。E 和 D 兩地至少去一地，E 不能去，所以一定要去 D 地，去了 D 地，就必去 C 地；去了 C 地，就不能去 B 地；不去 B 地，就不能去 A 地。故只能去 C、D 兩地。
6. 〈解〉10。〈分析〉從圖中第三橫行的 1 開始分析，探明第一個地雷在“①”的位置，在第四及第五橫行的 3 探明“②，③”共 6 個地雷，又從第四及第五橫行的兩個 1，探明第 8 個地雷“④”的位置，同樣地“⑤”“⑥”兩個位置均有一個地雷，所以共有 10 個地雷。
7. 〈解〉7/七組。〈分析〉因為聽講座的總人數是 7 的倍數，但六年級總人數為 $158=7\times 22+4$ ，故剩下的一組人數應被 7 除餘 4，只有第七組（11 人）滿足條件。
8. 〈解〉1008016。〈分析〉觀察已知圖形知道，如中心一塊黑色瓷磚為 2 排共用，那麼黑瓷磚共 2 排，因此 2009 塊平均分為 2 排，可看作共有 $2009+1=2010$ （塊），每排有 $2010\div 2=1005$ （塊）。每排 1005 塊，說明鋪滿操場共用瓷磚 1005 行和 1005 列，

					第六橫行
					第五橫行
	4	3	2	1	第四橫行
	3			1	第三橫行
	3	1		2	第二橫行
		2	1	2	第一橫行

$1005 \times 1005 = 1010025$ (塊), 那麼白瓷磚共用: $1010025 - 2009 = 1008016$ (塊)

9. 〈解〉 28cm^2 。〈分析〉設矩形的邊長為 x 、 y 。則四位數 $N = 1000x + 100x + 10y + y = 11(100x + y)$ 。因為 N 是平方數, 11 為質數, 四位數 $N = 11(99x + x + y)$ 中, 須 $x + y$ 能被 11 整除。又 $1 \leq x \leq 9$, $1 \leq y \leq 9$, 有 $2 \leq x + y \leq 18$, 得 $x + y = 11$ 。有 $N = 11(99x + x + y) = 11^2 \times (9x + 1)$, 又知 $9x + 1$ 是一個平方數, 而 $1 \leq x \leq 9$, 驗算得 $x = 7$ 滿足題意, 得 $y = 4$ 。所以矩形的面積是 $x \times y = 28 (\text{cm}^2)$ 。

10. 〈解〉4024。〈分析〉設男同學每行種 x 棵, 女同學每行種 y 棵, 則 $x > y$

依題意有 $8(x+1) > 2009$

$$8(x+1) > 2009$$

$$8(x+1) > 2009$$

$$8(x+1) > 2009$$

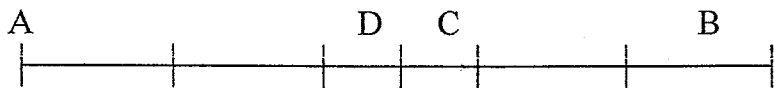
解得, $x > 250\frac{1}{8}$, $x < 252\frac{1}{8}$, 即 $x = 251$ 或 252 , 同樣地 $y = 252$ 或 251 。可得 $x = 252$, $y = 251$, 所以男同學種樹 $8 \times 252 = 2016$ (棵), 女同學種樹 2008 (棵)。合共 $2016 + 2008 = 4024$ (棵)。

11. 〈解〉10 局。〈分析〉顯然, 該棋手下午參賽的局數應等於他下午的平局及輸、贏局數之和。若設下午參賽局數 (間接未知數) 為 x , 則易列出方程 $x = 2 + x \times 20\% + x \times 40\%$ 。解得, $x = 5$ 。設該棋手全天參賽 N 局, 則由 N 與 x 之間的關係, 得 $N - 2 - N \times 30\% = x$, 易解得 $N = 10$ 。

12. 〈解〉9 人。〈分析〉設共有 $(n+2)$ 名選手, 除 2 人共得 8 分外, 其餘選手平均得 k

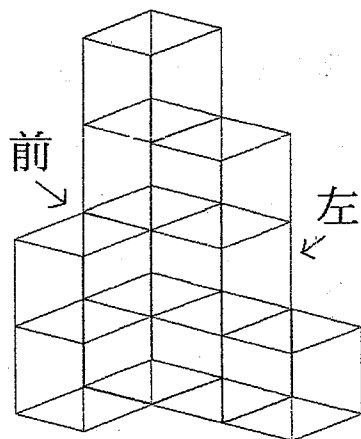
分 (k 為整數), 共賽 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 局, 每局 1 分, 共得 $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ 分, 而 $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) = nk + 8$, 即 $n^2 + (3-2k)n = 14$, 所以 $n(n+3-2k) = 14 = 1 \times 14 = 7 \times 2$, 因為 $3-2k$ 為整數, 而 n 為奇數, 所以 $n = 7$ 或 $n = 1$ (捨去), 得參賽人數為 $n+2 = 9$ 。

13. 〈解〉600。〈分析〉如圖所示:



A 為超級市場, C 表示家, $AC = \frac{3}{5}AB$, AB

為米袋有一個洞時所漏光的距離, 那麼當米袋有兩個洞時, 在 D 點漏光, $AD = DB$, 已知 $DC = 100$ 米, 故 $AB = 600$ 米。



↑14. 答案

14. 〈解〉10 塊

15. 〈解〉26。〈分析〉從左圖中可知, 林琳的紙咭張數必是 78 的一個因數, 且這個因數不少於 6。而 $78 = 2 \times 3 \times 13$, 所以, 紙咭的張數只可能為 6, 13, 26, 39, 78。如果紙咭張數分別是 6, 13, 26, 39, 78 時, 得紙咭的闊為 $78 \div 6$ (13, 26, 39, 78) = 13 (6, 3, 2, 1) (厘米)。從題中圖可知這些紙咭是先豎後橫交叉依次排列, 從而可求得紙咭的長分別為 $21\frac{2}{3}$, $10\frac{1}{3}$, 5, $3\frac{7}{19}$, $1\frac{2}{3}$ (厘米), 與紙咭的長是整數厘米這個條件只有當紙咭的張數是 26 時, 長為 5 厘米相符。所以林琳有 26 張紙咭。