

2010 香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

1. 解：由 2 位師傅和 4 名徒弟一天完成 $\frac{3}{10}$ 推算得知，8 位師傅和 16 名徒弟一天完成 $\frac{3}{10} \times 4 = \frac{6}{5}$ 。又知 8 位師傅和 10 名徒弟一天能完成這批零件，那麼 6 名徒弟一天能完成 $\frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$ ，所以若要一天完成這批零件需徒弟 $1 \div \frac{1}{30} = 30$ （人）。
2. 解：設裁縫做童裝、褲子、上衣各一件所用的時間分別是 t 、 $2t$ 、 $3t$ ，則他一天做 2 件童裝、3 條褲子、4 件上衣所用的時間為 $2t$ 、 $6t$ 、 $12t$ ，合計 $20t$ ，而他做 2 件上衣、10 條褲子、14 件童裝所用的時間為 $6t$ 、 $20t$ 、 $14t$ ，合計 $40t$ ，所以需要時間 2 天。
3. 解：參加一項比賽的有 4 種配搭，參加兩項比賽有 6 種配搭，參加三項比賽有 4 種配搭，參加四項比賽有 1 種配搭，共有 15 種配搭， $201 \div 15 = 13 \cdots 6$ ，故可以找出 $13 + 1 = 14$ （名）同學參加項目相同的活動。
4. 解：80 和 60 的 L.C.M 是 240，120 米 = 12000 厘米，父親腳印共有 $12000 \div 80 + 1 = 151$ （個），兒子腳印共有 $12000 \div 60 + 1 = 201$ （個），重疊的腳印共有 $12000 \div 240 + 1 = 51$ （個），所以留下的腳印有 $151 + 201 - 51 = 301$ （個）。
5. 解：已知第一次抽出的是紅球，那麼第二次可能抽到紅、黃、藍球，故兩次抽到的可能是（紅，紅）、（紅，黃）、（紅，藍）；第一次若抽出的是黃球，故兩次抽到的可能是（黃，紅）、（黃，黃）、（黃，藍）；第一次若抽出的是藍球，故兩次抽到的可能是（藍，紅）、（藍，黃）、（藍，藍）。綜上所述，兩次中至少有一次抽到紅球的概率是 $\frac{5}{9}$ 。
6. 解：依題意，第 1 排用 3 根火柴；第 2 排用 $3 \times 2 = 6$ 根火柴；第 3 排用 $3 \times 3 = 9$ 根火柴，……，餘此類推，第 2010 排用 $3 \times 2010 = 6030$ 根火柴。則一共所用火柴為： $3 + 6 + 9 + \cdots + 6030 = 3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 2010) = \frac{3 \times (1 + 2010) \times 2010}{2} = 6063165$ （根）。
7. 解：設總票數 n 張，六月份內個人票應按每張 x 元定價才能使兩個月入場券收入相等。五月份團體票售出 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} n$ 張，收入 $12 \times \frac{2}{5} n$ 元；個人票售出 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} n$ 張，收入 $16 \times \frac{1}{6} n$ 元。六月份團體票售出 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} n$ 張，可收入票款為 $16 \times \frac{4}{15} n$ 元；個人票售出 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} n$ 張，可收入票款 $\frac{1}{6} n \times x$ 元，依題意得 $\frac{24}{5} n + \frac{8}{3} n = \frac{64}{15} n + \frac{1}{6} nx$ 。因為 $n \neq 0$ ，所以 $\frac{24}{5} + \frac{8}{3} = \frac{64}{15} + \frac{1}{6} x$ ，解得 $x = 19.2$ （元）。六月份個人票應該每張售 19.2 元，才能使兩個月入場券收入相等。

8. 解：設長方形的長為 a ，寬為 b ，則 $\frac{1}{2}(a+1)(\frac{b-1}{2})=8$ ， $\frac{1}{2}(b+1)(\frac{a-1}{2})=9$ ，得 $ab=35$ ，所以長方形 ABCD 的面積為 $35 \text{ (cm}^2\text{)}$ 。
9. 解：120 至 168 共有 49 種不同情況， $2010 \div 49 = 41 \cdots 1$ ，故 n 的最小值是 42。
10. 解：假定當年買入的商品於當年全部售出，去年利潤 = (去年售價 - 去年進價) $\times$ 去年銷量；今年利潤 = (今年售價 - 今年進價) $\times$ 今年銷量 = [去年售價 $\times$ (1 - 20%) - 去年進價 $\times$ (1 - 20%)] $\times$ [去年銷量 $\times$ (1 + 20%)] = (去年售價 - 去年進價) $\times$ 去年銷量 $\times$ (80% $\times$ 120%) = 去年利潤 $\times$ 96%。
11. 解：69。小明與爺爺的年齡差是一個不變數，設爺爺比小明大 x 歲。
當爺爺的歲數是小明歲數的 6 倍時，這說明 $x = \text{小明當時歲數} \times 5$ ；
當爺爺的歲數是小明歲數的 5 倍時，這說明 $x = \text{小明當時歲數} \times 4$ ；
當爺爺的歲數是小明歲數的 4 倍時，這說明 $x = \text{小明當時歲數} \times 3$ ；
由以上分析知道 x 同時是 5，4，3 的倍數，即 x 是 60 的倍數，聯繫到實際情況（小明是小學生）知 $x=60$ 。當小明是 10，12，15，20 歲時，爺爺分別是 70，72，75，80 歲，是小明歲數的 7，6，5，4 倍；當小明是 9，8 歲時，爺爺的年齡分別是 69，68 歲，分別是小明歲數的 7 倍多，8 倍多，因此今年爺爺應是 69 歲。
12. 解：5 小時
13. 解：因為全班 50 人的年齡總和比平均 12 歲的年齡的總和多 $(12.2 - 12) \times 50 = 10$ （歲），而有 1 人的年齡能達到 15 歲，那麼剩下 49 人的年齡總和比平均 12 歲的年齡總和多 $10 - 3 = 7$ （歲），所以最多有 7 人的年齡大於 12 歲小於 15 歲。
14. 解：設正方形 A 的邊長為 a ，長方形 B 的邊長為 b 、寬為 c ，則得到 $a+b=26$ ， $a+c=14$ ， $b-a=a-c$ ，解得 $a=10$ ， $b=16$ ， $c=4$ 。陰影正方形的邊長為 $a-c=6$ （米），面積為 36 平方米。
15. 解：41。由得分表看出，至少得 8 分的有 $1+3+3=7$ （人），共得 $10 \times 1 + 9 \times 3 + 8 \times 3 = 61$ （分）；至多得 2 分的有 $4+5+7=16$ （人），共得 $2 \times 4 + 1 \times 5 + 0 \times 7 = 13$ （分）。
設得 3 至 7 分的有 x 人，根據這 x 人的得分可列方程：
 $(x+7) \times 6 - 61 = (x+16) \times 3 - 13$ ，
 $6x - 19 = 3x + 35$ ， $3x = 54$ ， $x = 18$ 。
該班學生共有： $7+x+16=7+18+16=41$ （人）。