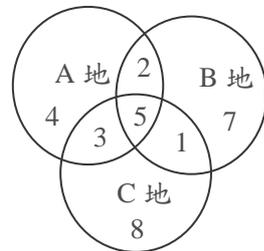


數學競賽題解

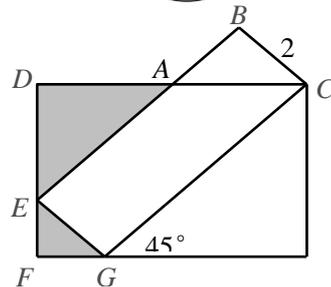
1. 解：880 名選手。若令上午參加的女選手人數為 x ，則可知上午參加的男選手人數為 $x+380$ 。因此可得知 $\frac{6}{5}x + \frac{1}{2}(x+380) = 615$ ，即 $\frac{17}{10}x = 425$ ，故可由此得知 $x=250$ 。因此上午共有 $250+(250+380)=880$ 名選手參加。

2. 解：36 cm^2 。連接 MC 。則三角形 DMC 與三角形 DME 共用底邊 MD 且高也相同，故知三角形 DMC 與三角形 DME 有相同面積，因此可得三角形 BMC 與三角形 BED 的面積相同。再因三角形 BMC 的面積為三角形 ABC 的面積之一半，故可知三角形 BED 的面積是三角形 ABC 的面積之一半，即 36 cm^2 。

3. 解：30 位。因調查表不限圈選一地，故各地點的票數可能有重複圈選二地、三地的情形。可將投票情形視為右圖，其中每一個圓的面積為圈選該地的人數，二個圓的交集部分即為有圈選二地的情形，三個圓的交集部分則為圈選三地的情形，而全班人數即為這三個圓內的總人數，故全班人數為 $14+15+17-7-8-6+5=30$ 人，故該班共有 30 位學生。



4. 解：5 平方米。如圖取出各點，則知三角形 ABC 、 ADE 、 EFG 都是等腰直角三角形，即其面積皆為直角邊長平方之一半。利用畢氏定理可知 $AC^2 = 4 + 4 = 8$ ，可再由 A 為 CD 中點知 $AD^2 = 8$ ，即三角形 ADE 的面積為 $8 \times \frac{1}{2} = 4$ 平方米。再因 $EG=BC=2$ ，故可再利用畢氏定理知 $2EF^2 = EG^2 = 4$ ，即 $EF^2 = 2$ ，因此三角形 EFG 的面積為 $2 \times \frac{1}{2} = 1$ 平方米。故陰影部分的面積為 $4+1=5$ 平方米。



5. 解：8 小時 30 分鐘。可知 8 小時 5 分鐘為 485 分鐘，且該公路的平路段為 $800 \times \frac{1}{8} = 100$ 公里、從 A 地到 B 地之上坡路段為 $(800-100) \times \frac{3}{7} = 300$ 公里、從 A 地到 B 地之下坡路段為 $(800-100) \times \frac{4}{7} = 400$ 公里，且該巴士在

平路段、上坡路段與下坡路段的速度比為 $1:0.8:1.2=5:4:6$ ，因此所用時間比為 $\frac{100}{5} : \frac{300}{4} : \frac{400}{6} = 12:45:40$ ，

因此可得知該巴士從 A 地到 B 地時，在平路段用了 $485 \times \frac{12}{97} = 60$ 分鐘、在上坡路段用了 $485 \times \frac{45}{97} = 225$ 分鐘、

在下坡路段用了 $485 \times \frac{40}{97} = 200$ 分鐘。此時可知該巴士在平路段速度為每分鐘 $\frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ 公里、上坡路段速度為每

分鐘 $\frac{300}{225} = \frac{4}{3}$ 公里、下坡路段速度為每分鐘 $\frac{400}{200} = 2$ 公里。故該巴士從 B 地開回 A 地需花費

$60 + \frac{400}{\frac{4}{3}} + \frac{300}{2} = 60 + 300 + 150 = 510$ 分鐘，即 8 小時 30 分鐘。

6. 解：83。從 9999926 之後繼續操作，依序可得 99999266、999992668、9999926686、99999266864、999992668646、9999926686460。此時由個位數為 0 可知再繼續操作下去，所續寫的數字皆一定為 0，因此可知所求之數的數碼和必定為 $9+9+9+9+9+2+6+6+8+6+4+6=83$ 。

7. 解：4。當密碼是一位數時，此時一次撥對的概率是 $\frac{1}{10}$ ；當密碼是兩位數時，一次撥對的概率是 $\frac{1}{100}$ ，當密碼的位

數是 3 位數時，一次撥對的概率是 $\frac{1}{1000}$ 。而 $\frac{1}{2011} < \frac{1}{1000}$ ，故至少要設置四位數的密碼，才能使不知道密碼的

人一次就撥對密碼的概率小於 $\frac{1}{2011}$ 。

8. 解：50 人。設男生原有 x 人，因女生走 15 人後，餘下的男女生比例是 2:1，則女生剩下的人數為 $\frac{x}{2}$ ，依題意，有

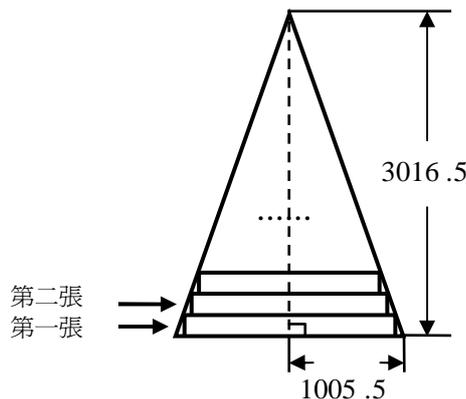
$$x - 45 = \frac{1}{5} \times \frac{x}{2}, \text{ 得 } x = 50 \text{ (人)}。$$

9. 解：4 厘米。由已知，得底面的長+寬=504 厘米，因 $504=1+503=2+502=3+501=\dots=252+252$ ，所以底面積可能是 503, 1004, 1503, \dots ，但其中只有 503 是 2012 的約數，所以長方體的高為 $2012 \div 503 = 4$ (厘米)。
10. 解：11010 元。觀察第一次與第二次購件數之間的關係，用第一次購件量乘以 2 減去第二次購件量，恰好是每件樂器購一件的總錢數。即 $(2 \times 1 - 1)$ 鋼琴 + $(2 \times 6 - 11)$ 小提琴 + $(2 \times 8 - 15)$ 二胡 + $(2 \times 3 - 5)$ 笛子 = $2 \times 21480 - 31950$ ，得，1 台鋼琴 + 1 把小提琴 + 1 把二胡 + 1 支笛子 = 11010 (元)。

11. 解：4.692 公里。設 A、B 兩地間的距離為 x 米，由 $\frac{x - 2011}{2} = \frac{x + 2011}{5}$ ，得 $x = 4692.\dot{3}$ (米)。

12. 解：2011 本。設 A 藏書量為 x ，那麼其餘四個的總和為 $2x + 2 \times 2006$ ，顯然， $(x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + (x - 4) \geq 2x + 4012$ ，解 $x \geq 2011$ ，所以 A 的藏書量至少有 2011(本)。

13. 解：第 1004 張。如圖，已知等腰三角形底邊的一半與底邊上的高的比是 1:3，所以剪第一張紙條知，左右下角的小直角三角形的兩條直角邊的比是 1:3，當剪去 1003 張紙條時，剩下的等腰三角形的高是 7.5cm，底邊是 5cm，所以剪下的第 1004 張紙條是正方形。



14. 解：12 分。因為是循環賽，所以最後 4 名棋手相互之間要賽 6 場，不論勝負如何，每場比賽兩人得分的和都是 2 分，即最後 4 名棋手得分的和至少是 12 分，所以第二名至少得 12(分)。

又第二名要進行 7 場比賽，他不能全勝得 14 分，否則他是第一名，同樣他也不能得 13 分，否則他的成績是 6 勝 1 平，其中平局一定是與第一名對陣的結果，這樣他們兩人將並列第一名，不是第二名，綜上可得第二名只能是 12(分)。

15. 解： $8 + \pi$ 。如圖，當 E、F 在正方形頂點的兩旁時，點 M 運動的軌跡是以該頂點為圓心， $\frac{1}{2}$ 為半徑的 $\frac{1}{4}$ 圓弧，其

他情況的運動軌跡是在正方形邊上的一線段，長度為 2，所以及 M 點的運動軌跡長為 $2 \times 4 + 2\pi \times \frac{1}{2} = 8 + \pi$ 。

