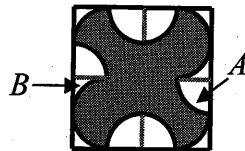


2012 香港小學數學精英選拔賽 數學競賽題解

1. 解：250 cm²

如圖作補助線，則將白色部分分爲各有 6 塊的 A、B 兩種形狀的區域，且一個 A 區域與一個 B 區域可拼成一個邊長爲 $20 \times \frac{1}{4} = 5$ cm 正方形。

故知陰影部分的面積爲 $20 \times 20 - 5 \times 5 \times 6 = 400 - 150 = 250$ cm²。



2. 解：1610 張

$20 = 4 \times 5$ ，要求所抽出的卡片上的數之乘積要被 20 整除，故必須同時可被 4 整除及可被 5 整除。1~2011 中不能被 5 整除的數有 1609 張，再多抽 1 張才能保證被 5 整除，而此情況所抽出的牌中至少有 2 張偶數牌，故可保證被 4 整除。所以要被 20 所整除時最少需抽出 1610 張牌。

3. 解：C

如果 A 是竊犯的話，則他所說的(A1)、(A2)與(A3)都是謊話，不合；

如果 B 是竊犯的話，則他所說的(B1)是謊話，故知(B2)、(B3)必是實話，可由此推得 A 所說的(A1)、(A2)與(A3)都是真話，不合；

如果 C 是竊犯的話，此時(C1)是謊話，故知(C2)與(C3)必是實話，也由此可知(A3)是謊話、(A1)與(A2)必是實話以及(B1)與(B3)必是實話、(B2)是謊話。故此情形滿足題意。

由以上討論知 C 是竊犯。

4. 解：240 道

由老闆介紹中知有 $\frac{2}{3}$ 的菜式有放辣椒、有 $\frac{3}{4}$ 的菜式有放蔥可得知最少有 $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ 的菜式有放辣椒與蔥這兩樣，再

加上得知有 $\frac{4}{5}$ 的菜式有放大蒜，故最少有 $\frac{4}{5} - \frac{7}{12} = \frac{13}{60}$ 的菜式有放辣椒、蔥與大蒜這三樣，再由有 $\frac{5}{6}$ 的菜式有蛋可

知最少有 $\frac{5}{6} - \frac{47}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ 的菜式四樣都有，因此這家餐廳共有 $12 \div \frac{1}{20} = 240$ 道菜。

5. 解：1225

若每間超市都配送 4 箱蘋果與 3 箱梨子過去，則仍有 3 箱蘋果與 3 箱梨子需要配送。而 3 箱蘋果配送到 5 間超市共有 $5 + 20 + 10 = 35$ 種配送方式、3 箱梨子配送到 5 間超市也是 35 種配送方式，故共有 $35 \times 35 = 1225$ 種配送的方式。

6. 解：55000 張

假設共有 x 位工讀生，共需派發 S 張宣傳單張。則知

$$\begin{cases} \frac{S}{x-2} - \frac{S}{x} = 250 \\ \frac{S}{x} - \frac{S}{x+3} = 300 \end{cases}$$

可化簡為

$$\begin{cases} \frac{2S}{x(x-2)} = 250 \\ \frac{3S}{x(x+3)} = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 125x(x-2) \\ S = 100x(x+3) \end{cases}$$

因 $x \neq 0$ ，故可得

$$\begin{aligned} 100(x+3) &= 125(x-2) \\ x &= 22 \end{aligned}$$

因此 $S = 100 \times 22 \times (22+3) = 55000$ 。

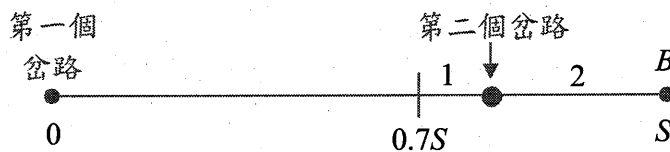
7. 解：24 顆

可令小雄有 x 顆綠色珠子，則藍色珠子數目爲 $4x$ 且紅色珠子數目爲 kx ，其中 k 爲正整數。由題意可知 $4x + 22 = 5kx$ ，即 $(5k-4)x = 22$ ，故知 $5k-4$ 是 22 的因數，即 $5k-4$ 是 1、2、11 或 22。因 k 爲正整數，故僅 $5k-4=1$ 或 11 可得正整數解，即 $k=1$ 或 3。

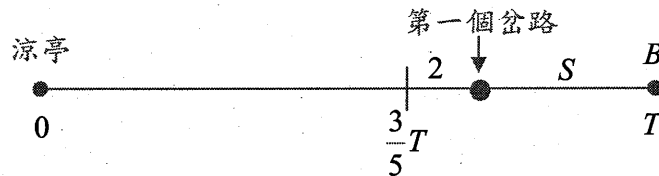
若 $k=1$ ，則 $x=22$ 、 $4x=88$ ，不合，故 $k=3$ ，此時 $x=2$ 、 $4x=8$ 、 $kx=6$ ，即可得知小雄收藏有 $40-2-8-6=24$ 顆彩色珠子不是藍色、不是紅色也不是綠色。

8. 解：上午 6:37

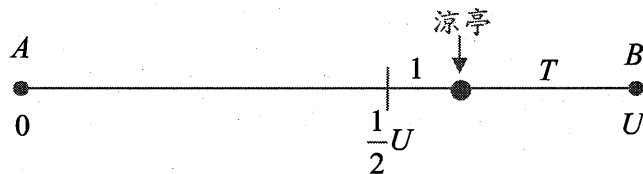
可先假設第一個岔路與 B 地的距離為 S ，則知 $S - 0.7S = 1 + 2$ ，即 $S=10$ ；



再假設涼亭與 B 地的距離為 T ，則知 $T - \frac{3}{5}T = 2 + S$ ，即 $T=30$ ；



最後假設 A 地與 B 地的距離為 U ，則知 $U - \frac{1}{2}U = 1 + T$ ，即 $U=62$ ；



故知在不休息的情況下，我需騎 $\frac{62}{15} = 4\frac{2}{15}$ 小時，即 4 小時又 8 分鐘；但因預定休息 15 分鐘，故整個行程會花費 4 小時又 23 分鐘，因此需在上午 6:37 時出發。

9. 解：6

如圖，實際油桶滾動到離牆邊 0.5 米時就停止了，即油桶滾動的圈數為： $(19.34 - 0.5) \div (2 \times 0.5 \times 3.14) = 18.84 \div 3.14 = 6$ (圈)。

10. 解：24144

設平行四邊形 $AD=a$ ， $AB=b$ ，根據題意有 $\frac{a+b-2012}{a+b+2012} = \frac{5}{7}$ ，得 $5(a+b) + 10060 = 7(a+b) - 14084$ ，

$2(a+b) = 24144$ cm，即平行四邊形周界長為 $2(a+b) = 24144$ cm。

11. 解：200，20

設火車長 x ，則 $\frac{2012+x}{110.6} = \frac{2012-x}{90.6}$ ，得 $x = 200$ ， $\frac{2012+x}{110.6} = 20$ 米/秒，即火車長 200 米，火車的速度 20 米/秒。

12. 解：54

如圖，由已知 F 、 D 、 E 分別是 AC 、 BC 邊上的三等分點，得，

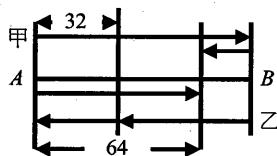
$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ ， $S_{\triangle DEA} = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ ，得 $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$ ，所以 $S_{\triangle ABC} = 12 \div \frac{2}{9} = 54$ (cm²)。

13. 解：180

由題意知三個班總植數為 $200 \div \frac{2}{7} = 700$ (棵)，易知甲植 280 棵，又乙:丙=4:3，易知丙班植樹為 180 棵。

14. 解：80

$(32 \times 3 + 64) \div 2 = (96 + 64) \div 2 = 80$ (米)。



15. 解：3535

設書架上共有 n 本書，第三層有 $\frac{a}{7}n$ 本書 (a 為小於 7 的正整數)，依題意列方程 $303 + \frac{1}{5}n + \frac{a}{7}n = n$ ，解得

$n = \frac{35 \times 303}{28 - 5a} = \frac{3 \times 5 \times 7 \times 101}{28 - 5a}$ ， a 只能取奇數 5 時， n 為正整數，故 $n = 3535$ 。