

1. 解：50

$$15\frac{3}{23} + 6.25 + 8\frac{1}{2} + 0.75 - 5.5 + 24\frac{20}{23}$$

$$= (15\frac{3}{23} + 24\frac{20}{23}) + (6.25 + 0.75) + (8\frac{1}{2} - 5.5) = 40 + 7 + 3 = 50$$

2. 解： $\frac{2014}{2015}$

$$\frac{2014 + 20142014 + 201420142014}{2015 + 20152015 + 201520152015}$$

$$= \frac{2014 + 2014 \times 10001 + 2014 \times 100010001}{2015 + 2015 \times 10001 + 2015 \times 100010001}$$

$$= \frac{2014 \times (1 + 10001 + 100010001)}{2015 \times (1 + 10001 + 100010001)}$$

$$= \frac{2014}{2015}$$

3. 解：22225556

$$222233334444 \div 9999 = \frac{222233334444}{9999}$$

$$= \frac{1111 \times 200030004}{1111 \times 9}$$

$$= \frac{200030004}{9}$$

$$= 22225556$$

4. 解：90

可知最小的數與最大的數之差為 $2 \times (16 - 1) = 30$ ，此即為最大數的 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ，因此最大數為 $30 \div \frac{1}{3} = 90$ ，即第 16 個數之值為 90。

5. 解：89999985740

已知 A 共有 $9 + 2 \times 61 = 131$ 個數字組成，劃去 120 個數字，那麼剩下組成數 B 有 11 位元數字，要使 B 最大和最小，則從高位數位依次考慮，最大取值為 99999986970，最小取值為 10000001230。

他們的差是： $99999986970 - 10000001230 = 89999985740$ 。

6. 解：44

由於和為 2014 是偶數，那麼 50 個數中奇數的個數必是偶數，要想奇數個數最多，不妨從奇數個數可能的最大值入手。

當奇數有 48 個，則 48 個最小奇數和為 $1 + 3 + 5 + \dots + 95 = (1 + 95) \times 48 \times \frac{1}{2} = 48 \times 48 = 2304 > 2014$ 。

當奇數有 46 個，則 46 個最小奇數和為 $1 + 3 + 5 + \dots + 91 = (1 + 91) \times 46 \times \frac{1}{2} = 46 \times 46 = 2116 > 2014$ 。

當奇數有 44 個，則 44 個最小奇數和為 $1 + 3 + 5 + \dots + 87 = (1 + 87) \times 44 \times \frac{1}{2} = 44 \times 44 = 1936 < 2014$ 。

而 $2014 - 1936 = 78$ 能分成 $50 - 44 = 6$ 個偶數的和。因此，所求奇數最多有 44 個。

7. 解：90

由題意知這 10 個自然數只能是 1、2、...、10，取出三個數的和是 $55 \times (1 - \frac{7}{11}) = 20$ ，那麼組成和為 20 的三個自然數有 8 組，

(1, 9, 10)、(2, 8, 10)、(3, 7, 10)、(3, 8, 9)、(4, 6, 10)、(4, 7, 9)、(5, 6, 9)、(5, 7, 8)

易知最小的積是 $1 \times 9 \times 10 = 90$ 。

8. 解： $p=72$

可知未化簡的分母為 $3^{50} \times 4^{50} = 2^{100} \times 3^{50}$ ，而分子為 $100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ ，寫成質因數分解式時：

因 $100 = 2 \times 50 = 4 \times 25 = 8 \times 12 + 4 = 16 \times 6 + 4 = 32 \times 3 + 4 = 64 \times 1 + 36$ ，故質因數 2 的指數為 $50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 97$ ，

因 $100 = 3 \times 33 + 1 = 9 \times 11 + 1 = 27 \times 3 + 19 = 81 \times 1 + 19$ ，故質因數 3 的指數為 $33 + 11 + 3 + 1 = 48$ 。

因此 p 的值是 $2^{100-97} 3^{50-48} = 2^3 3^2 = 72$ 。

9. 解：3570

把 N 寫成兩個正整數之和，其中一個數可被 6 整除，另一個數可被 11 整除，且所得的商都相同，故知 N 必為 $6+11=17$ 的倍數，換言之， N 的最小值即為 3、5、7、17 的公倍數中，大於 2013 的最小值。因 3、5、7、17 的最小公倍數是 1785，故 N 的最小值為 $1785 \times 2 = 3570$ 。

10. 解：250

可知保良數除以 3 的餘數皆為 1、除以 7 的餘數皆為 5。

除以 3 的餘數皆為 1 的數由小至大依序為 1、4、7、10、13、16、19、22、25、28、31、34、37、40、...

除以 7 的餘數皆為 5 的數由小至大依序為 5、12、19、26、33、40、47、...

可發現最小的保良數是 19，因此所有的保良數是以 19 為首項、公差為 $3 \times 7 = 21$ 的等差數列，

因此第 12 個保良數是 $19 + (12-1) \times 21 = 250$ 。

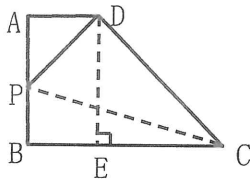
11. 解：12

從俯視圖知，至少底層有 4 盒，從主視圖知，正主視圖有 8 盒，綜合左視圖知貨架上最少 12 盒“美味”牌速食麵。

12. 解： $27\frac{1}{3} \div \frac{82}{3} \div 17.3$ (3 循環)

連結 PC ，過點 D 作 $DE \perp BC$ 於點 E ，易知在直角三角形 ADP 中， $AD=6$ ， $AP=8$ ，由畢氏定理得 $PD=10$ ， $DE=16$ ，設 $EC=x$ ，由畢氏定理， $DC^2 = ED^2 + EC^2 = 16^2 + x^2$ ，即 $10^2 + 16^2 + x^2 = 9^2 + (6+x)^2$ ， $PC^2 = PD^2 + DC^2 = 10^2 + 16^2 + x^2$ ，

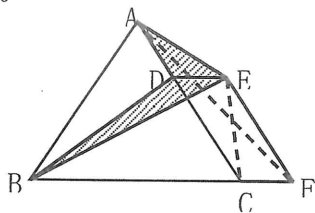
$PC^2 = PB^2 + BC^2 = 8^2 + (6+x)^2$ ，得 $x = \frac{64}{3}$ ， $BC = BE + EC = 6 + x = 6 + \frac{64}{3} = \frac{82}{3}$ 。即 $BC = 27\frac{1}{3} \div \frac{82}{3}$ 。



13. 解：6

如圖在平行四邊形 $DEFC$ 中， $DE \parallel CF$ ， $EF \parallel DC$ ，連結 CE 、 AF ，因為 $DE \parallel CF$ ，即 $DE \parallel BF$ ，所以 $S_{\triangle DEB} = S_{\triangle DEC}$ 因此，陰影部分面積等於三角形 ACE 面積，同理，由 $AC \parallel EF$ ，有 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle ACF}$ ，又 $BC = 4CF$ ，則 $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ACF}$ 。

故陰影部分面積為 $\frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$ 。



14. 解：10000 kg

若這位糧商進口的米為 N kg，則 $N(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \cdots (1 - \frac{1}{99})(1 - \frac{1}{100}) = 100$ ，即 $N \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100} = 100$

因此 $\frac{N}{100} = 100$ ，所以 $N = 10000$ 。

15. 解：每分鐘 $54\frac{126}{131}$ m

因 90、60、50、40 的最小公倍數是 1800，故可假設這正方形的跑道每條邊的長度是 $1800a$ m，則在第一條邊的跑道小明花了 $20a$ 分鐘、第二條邊的跑道小明花了 $30a$ 分鐘、第三條邊的跑道小明花了 $36a$ 分鐘、第四條邊的跑道小明花了 $45a$ 分鐘，合計共花了 $131a$ 分鐘，因此小明的平均速度是每分鐘 $\frac{1800a \times 4}{131a} = 54\frac{126}{131}$ m。