

1. 解：2222222222376

$$\begin{aligned} & 216 + 2016 + 20016 + 200016 + 2000016 + \cdots + 2000000000016 \\ &= 2 \times 10^2 + 2 \times 10^3 + 2 \times 10^4 + \cdots + 2 \times 10^{12} + 16 \times 11 \\ &= 2222222222200 + 176 \\ &= 2222222222376 \end{aligned}$$

2. 解：13 個

要求最少的四位數“美麗香港”的個數，故可設“好”=1，因為111111分別除以9、10、11時，其商的整數部分都是一個五位元數，經試商後，易知 $111111 \div 13 = 9324$ ，那麼最少需要13個“美麗香港”

3. 解：3003001cm³

因10m = 1000cm，故可知原來設計的水池容量為1000000000cm³，而所建造出的水池的容量為 $(1000 + 1)^3 = 1001^3 = 1003003001\text{cm}^3$ ，即容量增加了3003001cm³

4. 解：2033135

$$\text{原式} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2016} = 2 + 3 + \cdots + 2016 = 2033135$$

5. 解：1

由 $4 = 7 \times 0 + 4$ 、

$$4 \times 4 = (7 \times 0 + 4) \times 4 = 7 \times 0 \times 4 + 4 \times 4 = 7 \times 0 \times 4 + 16 = 7 \times 2 + 2、$$

$$4 \times 4 \times 4 = (7 \times 2 + 2) \times 4 = 7 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 = 7 \times 2 \times 4 + 8 = 7 \times (2 \times 4 + 1) + 1、$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 = (7 \times (2 \times 4 + 1) + 1) \times 4 = 7 \times A + 1 \times 4 = 7 \times A + 4、$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = (7 \times A + 4) \times 4 = 7 \times 4 \times A + 4 \times 4 = 7 \times 4 \times A + 16 = 7 \times B + 2、$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = (7 \times B + 2) \times 4 = 7 \times 4 \times B + 2 \times 4 = 7 \times 4 \times B + 8 = 7 \times C + 1、$$

：

可知從僅1個4開始，每多乘以1個4之後，依序被7除之後所得的餘數為4、2、1這三個數循環重複出現。

因 $2016 = 3 \times 672$ ，故 $\underbrace{4 \times 4 \times 4 \times \cdots \times 4}_{2016 \text{ 個 } 4}$ 除以7之後所得的餘數與 $4 \times 4 \times 4$ 除以7所得的餘數相同，即為1。

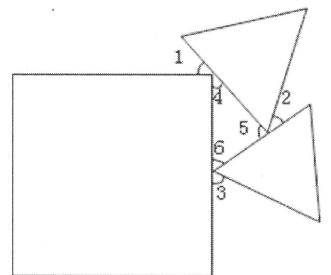
6. 解：95°

如上右圖， $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$ ， $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \textcircled{2}$ ，

$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \textcircled{3}$ ，由 $\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ ，

得 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 330^\circ$ ，而 $\angle 3 = 50^\circ$ ， $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$ ，

故 $\angle 1 + \angle 2 = 330^\circ - 55^\circ - 180^\circ = 95^\circ$ 。



7. 解：998

設前三張卡片上的數分別為200、a、b，第四張卡片為x，由題意可知： $200 + a + b = a + b + x$ ， $x = 200$ ，那麼可以判斷出這列數為200、a、b、200、a、b、…，以周期為3循環。

因為第十二張卡片上的數為818，即 $b = 818$ ，故第十七張卡片上的數與第二張卡片上的數相同為 $a = 2016 - 200 - 818 = 998$ 。

8. 解：924

由已知可設三個連續偶數分別是： $7a - 2$ 、 $7a$ 、 $7a + 2$ ，已知 $(7a - 2)$ 是9的倍數，當

$a = 8$ 、17、26、35、44、…時，滿足條件，但只有當 $a = 44$ 時才同時滿足 $(7a + 2)$ 是5的倍數，故這三個連續偶數的和的最小值是 $306 + 308 + 310 = 924$ 。

9. 解：1150kg

可知所卸下的貨物重量為 $900 - 20 = 880$ kg，此佔原來貨物的16%，因此原來貨物重量有 $880 \div 16\% = 5500$ kg，再由超載900 kg知此輛貨車至多可載運 $5500 - 900 = 4600$ kg，即此輛貨車在空車時重 $4600 \div 4 = 1150$ kg。

10. 解：446

設原三位數是 $\overline{ABC}$ ，分別將數字 2 加在前面得 $2\overline{ABC}$ ，加在後面得 $\overline{ABC2}$ ，由題意得 $\overline{ABC2} - 2\overline{ABC} = 2016$ ，即 $1000A + 100B + 10C + 2 - (2000 + 100A + 10B + C) = 2016$ ，得 $100A + 10B + C = 446$ ，所以，原來的三位數是 446。

11. 解：369 個

因 $(n+1) \times (n+2) \times (n+3) \times (n+4)$ 可被 11 整除且 $n+1$ 、 $n+2$ 、 $n+3$ 、 $n+4$ 為連續的四個整數，故可知 $n+1$ 、 $n+2$ 、 $n+3$ 、 $n+4$ 恰有一數為 11 的倍數。因此只須找出四位數中被 11 除分別餘 10、9、8、7 的數之個數。因 $2016 = 11 \times 183 + 3$ 、 $1000 = 11 \times 90 + 10$ ，故在小於 2016 的數中，被 11 除餘 10 的四位數有 93 個、被 11 除餘 9 的四位數有 92 個、被 11 除餘 8 的四位數有 92 個、被 11 除餘 7 的四位數有 92 個。所以小於 2016 的四位數共有 $93 + 92 + 92 + 92 = 369$ 個好數。

12. 解：605 : 599

設圖中每個小圓半徑為 r ，陰影部分的面積是 $3\pi r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{5}{2}\pi r^2$ （第一個圖）；後面每個圓形的陰影部分比它前一個多 3 個半圓，3 個半圓的面積和是 $\frac{3}{2}\pi r^2$ 。所以圖形陰影部分面積和的規律是：

$$\frac{5}{2}\pi r^2 + \frac{3}{2}\pi r^2(n-1) = \frac{3n+2}{2}\pi r^2, \text{ 所以 } S_{2016} : S_{1996} = 605 : 599$$

13. 解：30 升

可知加入 15 升的純水稀釋後的果汁含量為原來的 $\frac{30\%}{40\%} = \frac{3}{4}$ ，因此在純果汁的量未改變的情況下，飲料的體積為原來的 $\frac{4}{3}$ ，故可判斷出所增加的純水佔原來飲料的 $\frac{1}{3}$ ，即原來飲料有 $15 \times 3 = 45$ 升，故要使原含量為 40% 的飲料稀釋成含量為 20% 的飲料必需加入 45 升的純水，因此還需要再加入純水 $45 - 15 = 30$ 升。

14. 解：5 和 9 上面或 4 和 9 上面

所求的兩個小圓點中後一個顯然在 9 的上面，且數字“6”一定包含在循環節中，可設前一個小圓點加在數字“6”上面，這時循環週期是 4，有 $(2016 - 5) \div 4 = 502 \cdots \text{餘 } 3$ ，第 2016 位元數字是 8，否，又設前一個小圓點加在數字“5”上面，這時循環週期是 5，有 $(2016 - 4) \div 5 = 402 \cdots \text{餘 } 2$ ，這時第 2016 位元數字正好是 6，同理，當前一個小圓點加在數字“4”上面，第 2016 位元數字也正好是 6，故表示循環節的兩個小圓點分別在 5 和 9 上面或 4 和 9 上面。

15. 解：24

如圖，令其餘方格內填入的數分別為 b 、 c 、 d 、 e 、 f ，則橫行上的數之和為 $19 + b + 16 + 15 + a = 50 + 19 + b + 16 + 15 + a + b$ 、直列上的數之和為 $a + c + d + e + f$ 。故知 $c + d + e + f = 50 + b > 60$ 。而此時尚未填入的數有 11、12、13、14、17、18，僅有 $18 + 17 + 14 + 13 = 62 > 60$ 與 $18 + 17 + 14 + 12 = 61 > 60$ ，故知：

(i) c 、 d 、 e 、 f 為 13、14、17、18 時， $b = 12$ 而 $a = 11$ ；

(ii) c 、 d 、 e 、 f 為 12、14、17、18 時， $b = 11$ 而 $a = 13$ ；

因此 a 的所有可能值之和為 $11 + 13 = 24$ 。

16	b	19	15	a
				c
				d
				e
				f