

2024 香港小學數學精英選拔賽 計算競賽題解

1. 解： $1\frac{3}{4}$ (也接受 $\frac{7}{4}$ 或 1.75)

$$\text{某數} = 2\frac{2}{3} \div 2\frac{10}{11}$$

$$\text{原來算式的正確答案} = 2\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3} \div 2\frac{10}{11} = 2\frac{2}{3} (1 - 1 \div 2\frac{10}{11}) = 2\frac{2}{3} (1 - \frac{11}{32}) = \frac{8}{3} \times \frac{21}{32} = 1\frac{3}{4}$$

2. 解：156%

若這個圓的原先直徑是 100 單位，則增大了的圓的直徑是 160 單位。(=100×(1+60%))

這個圓的原先面積 = $50 \times 50 \times \pi$ 平方單位 = 2500π 平方單位

增大了的圓的面積 = $80 \times 80 \times \pi$ 平方單位 = 6400π 平方單位

$$\frac{6400\pi - 2500\pi}{2500\pi} \times 100\% = \frac{39}{25} \times 100\% = 156\%$$

即這個圓的面積會增加 156%。

3. 解：這些奇數的最小值是 7977；最大值是 12 023

2024 是雙數，以 9999 和 10 001 為對稱中心 (9999 和 10 001 的平均數是 10 000)，

前後各有 1011 ($= \frac{2024 - 2}{2}$) 個數。

從 9999 開始，每 2 個一數、倒數 1011 個數，得出 7977 ($= 9999 - 1011 \times 2$)，即這些奇數的最小值是 7977。

從 10 001 開始，每 2 個一數、順數 1011 個數，得出 12 023 ($= 10 001 + 1011 \times 2$)，即這些奇數的最大值是 12 023。

∴ 這些奇數的最小值和最大值依次為 7977 和 12 023。

4. 解：AD=72

如右圖所示，連接 AC。

因 AE=AF，而 ABCD 是一個正方形，

則 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ACF$ 的底和高相等。

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的面積} = \triangle ACF \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times \text{四邊形 AECF 的面積}$$

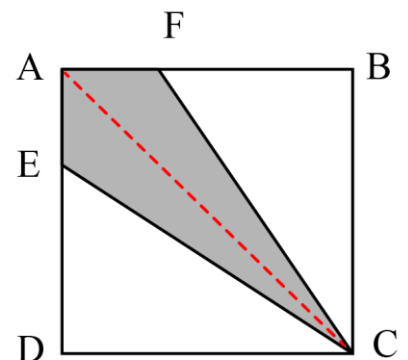
已知 $\triangle ECD$ 的面積 = 四邊形 AECF 的面積 = $\triangle FCB$ 的面積

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times \triangle ECD \text{ 的面積}$$

因 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ECD$ 的高相等，

$$\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{\triangle ACE \text{ 的面積}}{\triangle ECD \text{ 的面積}} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } ED = 2AE, \text{ 而 } AD = AE + ED = AE + 2AE = 3AE$$

$$\therefore AD=72$$



2024 香港小學數學精英選拔賽
計算競賽題解

5. 解：(a) 項 和 (c) 項 (也接受 (a) 和 (c))

我們只知六月各類飲品的總銷售量比七月高，但不知實際的總銷售量。圓形圖只告知我們在同一分佈內各類數據的百分比

結論 (a) 正確，因為在同一分佈內，較高的百分比也代表較高的實際數量。

結論 (b) 不正確，因為在不同的分佈，較高的百分比不代表較高的實際數量；例如六月各類飲品的總銷售量假設是一萬杯，而七月各類飲品的總銷售量假設是五千杯，一萬的 33% 仍然大於五千的 36%。

結論 (c) 正確，因為雖然在不同的分佈，但較小總數量的一個較低百分比一定比一個較大總數量的一個較高百分比小。

結論 (d) 不正確，因為在不同的分佈，相同百分比的數據種類不一定有相同的數量；因六月各類飲品的總銷售量比七月高，所以在六月售出的綠茶類飲品一定比七月的多。

6. 解：9970

因為 $2024 < A < 9999$ ，則 A 取最大值時，它最大也只可是一個四位數，且一個四位數的所有數字之和的最大值是 36 (最大的四位數是 9999)。

平方數有 1、4、9、16、25、36、...

因為 $A < 9999$ ，所以 A 的各個數位上的數字之和的最大值是 25，從而得出 A 的最大值是 9970。

7. 解：900

$$2.\dot{2}4\dot{8} = 224.\dot{8} \div 100 = 224 \frac{8}{9} \div 100 = \frac{2024}{9} \div 100 = \frac{2024}{900}$$

$$\therefore \text{要計算的算式} = 2024 \div \frac{2024}{900} = 2024 \times \frac{900}{2024} = 900$$

8. 解：8

從個位，「香」+「港」+「美」=10+「美」，得出「香」+「港」=10。

「香」是三個數之和的百位數，而十位數字的相加只能進1至百位，即「香」=1，從而得出「港」=9。

從十位，1+「香」+「港」+「美」=10+「港」，即1+1+9+「美」=10+9，得出「美」=8。

9. 解：60 個

$$2025 = 1 \times 5 \times 5 \times 9 \times 9 \text{ 或 } 2025 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 9$$

$\therefore$ 積為 2025 的五個數字組合有 1、5、5、9、9 或 3、3、5、5、9 兩種。

(1) 5、5、9、9 可組合成 6 個不同的四位數，即 5599、9955、5959、9595、5995 和 9559。

對以上的每一個四位數，有 5 個位置可加入數字 1 而組成一個五位數；例如就 5599 來說，加入數字 1 可組成 15599、51599、55199、55919 和 55991。

因此，1、5、5、9、9 可組成 $30 (= 6 \times 5)$ 個不同的五位數。

(2) 同樣地，3、3、5、5 可組合成 6 個不同的四位數，而加入數字 9 後，可組成 30 個不同的五位數。

所以共有 $60 (= 30 + 30)$ 個不同的五位數，它們各個數位上的數字之積為 2025。

2024 香港小學數學精英選拔賽
計算競賽題解

10. 解：15 種

因為小明在最後一次剛好取走盒中所有的棋子，所以每次從盒中取出的棋子數量必定是 2024 的因數。

$$2024 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23$$

2024 的一位數因數：1、2、4、8 共 4 個，其中大於 1 的有 3 個

2024 的兩位數因數：11、22、44、88、23、46、92 共 7 個

2024 的三位數因數：184、253、506 共 3 個

2024 的四位數因數：1012、2024 共 2 個

大於 1 的 2024 的因數共有 $15 (= 3 + 7 + 3 + 2)$ 個，即小明共有 15 種不同的取法。

11. 解：975

餘數是 7，則除數是 8 或 9；而被除數的百位在第一輪相除後有餘數，可推論出除數必然是 8，而被除數的百位數字是 9。

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad \square \\ 8 \overline{) 9 \quad \square \quad \square} \\ \underline{8} \\ 1 \quad \square \\ \square \quad \square \\ \square \quad \square \\ \square \\ \hline 7 \end{array}$$

現考慮商的個位數字，因這個位數字乘以 8 的積是一位數，所以商的個位數字只能是 1。

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad 1 \\ 8 \overline{) 9 \quad \square \quad 5} \\ \underline{8} \\ 1 \quad \square \\ \square \quad \square \\ 1 \quad 5 \\ 8 \\ \hline 7 \end{array}$$

最後考慮商的十位數字，這十位數字乘以 8 的積之十位數字只可以是 1，所以商的十位數字必是 2，即商是 121。

$$\text{因此，被除數} = \text{除數} \times \text{商} + \text{餘數} = 8 \times 121 + 7 = 975。$$

12. 解：11 102 577

要這個八位奇數取最小值，則數字 a 必然是 1，數字 b 必然是 0，而數字 c 必然是 2。

因為各個數位上的數字之和為 24，所以 $1 + 1 + 1 + 0 + 2 + d + e + e = 24$ 。

$$\therefore d + 2e = 24 - (1 + 1 + 1 + 0 + 2) = 19$$

因為 $2e$ 是一個偶數，所以 d 需是一個奇數的數字

所以 d 只可是 5、7 或 9。

(1) 當 $d = 5$ ，則 $5 + 2 \times e = 19$ ，即 $e = 7$ ，而這情況適合，11102577

(2) 當 $d = 7$ ，則 $7 + 2 \times e = 19$ ，即 $e = 6$ ，而這情況適合，11102766。

(3) 當 $d = 9$ ，則 $9 + 2 \times e = 19$ ，即 $e = 5$ ，而這情況適合，11102955。

因此，這個八位奇數的最小值是 11 102 577。

2024 香港小學數學精英選拔賽 計算競賽題解

13. 解： $\underbrace{111\dots11888\dots88}_{\substack{16 \text{ 個 } 1 \quad 251 \text{ 個 } 8}}$

對一個整數來說，當各個數位上的數字之和已知，而這個數取最小值時，則佔較大位值的數字全是 1，而佔其它位值的數字應盡量大，如 9、8、...

情況一：當 $A = 1$ ，並有 a 個，則 $B = 9$ ，並有 $(267 - a)$ 個。

從各個數位上的數字之和為 2024，得出 $a + 9(267 - a) = 2024$ 。

$\therefore 8a = 379$ ，這時 a 不是一個整數，則這個情況不適合。

情況二：當 $A = 1$ ，並有 a 個，則 $B = 8$ ，並有 $(267 - a)$ 個。

從各個數位上的數字之和為 2024，得出 $a + 8(267 - a) = 2024$ 。

$\therefore 7a = 112$ ，即 $a = 16$ ，則這個情況適合。

因此，當這個整數取最小值時，它的首 16 個數字是 1，而其它 251 ($= 267 - 16$) 個數字是 8，即這個整數是 $\underbrace{111\dots11888\dots88}_{\substack{16 \text{ 個 } 1 \quad 251 \text{ 個 } 8}}$ 。

14. 解：78

由 $\frac{23 + a}{2024 + b} = \frac{1}{24}$ ，得出 $552 + 24a = 2024 + b$ ，即 $a = \frac{1472 + b}{24} = 61 + \frac{8 + b}{24}$ 。

因 a 、 b 是正整數， $8 + b$ 應是 24 的倍數，且 $a + b$ 取最小值當 b 取最小值，並使 $8 + b = 24$ 。

$\therefore b = 16$ ，而 $a = 61 + \frac{8 + 16}{24} = 62$ ，即 $a + b$ 的最小值 $= 62 + 16 = 78$ 。

15. 解：44

為使 N 盡可能大，選出的奇數應盡可能小，則需從 1 開始，選盡可能多的連續奇數。

首 45 個連續奇數的和： $1 + 3 + 5 + \dots + 87 + 89 = \frac{(1 + 89) \times 45}{2} = 2025 > 2024$

首 44 個連續奇數的和： $1 + 3 + 5 + \dots + 85 + 87 = \frac{(1 + 87) \times 44}{2} = 1936$ ，而 1936 是一個偶數

首 43 個連續奇數的和： $1 + 3 + 5 + \dots + 83 + 85 = \frac{(1 + 85) \times 43}{2} = 1849$ ，而 1849 是一個奇數

$1 + 3 + 5 + \dots + 85 + 87 + \text{奇數 } K = 1936 + \text{奇數 } K$ ，不可能是偶數 2024。

但 $1 + 3 + 5 + \dots + 83 + 85 + \text{奇數 } M = 1849 + \text{奇數 } M$ ，可以是偶數 2024。

這時，奇數 $M = 2024 - 1849 = 175$

從 1 開始的連續奇數中，175 是第 88 個，滿足到「從 240 個連續的奇數中選出 N 個」的條件。

$\therefore \underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + 83 + 85}_{\text{共 43 個奇數}} + 175 = 1849 + 175 = 2024$ ，即答案是 44 ($= 43 + 1$)。