

2024 香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

1. 解：2 cm

$$AC = 30 \text{ cm} \times \frac{2}{5} = 12 \text{ cm}$$

小瓢蟲從 A 端吃到 C 點所需時間 = $\frac{12}{1.5}$ 分鐘 = 8 分鐘

大瓢蟲吃甘蔗的平均速度是每分鐘 2 (=1.5 + 0.5) cm。

$$DB = 2 \times 8 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

$$\therefore CD = (30 - 12 - 16) \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

即此時甘蔗還有 2 cm 未被吃完。

2. 解：6750 cm³

$$\text{大正方體木頭的體積} = 20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3 = 8000 \text{ cm}^3$$

$$\text{每條長方體孔道的體積} = 5 \times 5 \times 20 \text{ cm}^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$\text{原先木頭正中心的小正方體空心的體積} = 5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{剩下木頭的體積} = (8000 - 3 \times 500 + 2 \times 125) \text{ cm}^3 = 6750 \text{ cm}^3$$

3. 解：甲分攤得 45 元；乙分攤得 15 元

每人應分得 4 (=12 ÷ 3) 瓶礦泉水。

每瓶礦泉水的價錢 = (60 ÷ 4) 元 = 15 元

甲多給了 3 瓶礦泉水的價錢，而甲多給了 1 瓶礦泉水的價錢。

$$\therefore \text{甲應從丙分攤得的款項} = 15 \times 3 \text{ 元} = 45 \text{ 元}$$

$$\text{乙應從丙分攤得的款項} = 15 \text{ 元}$$

4. 解：2.5 cm

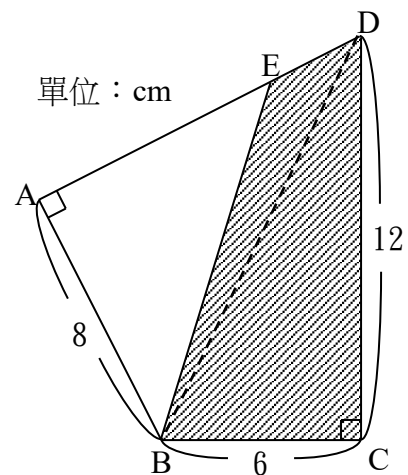
如右圖所示，連接 BD。

$$\text{直角} \triangle BCD \text{ 的面積} = \frac{6 \times 12}{2} \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \triangle BDE \text{ 的面積} &= \text{四邊形 BCDE 的面積} - \triangle BCD \text{ 的面積} \\ &= (46 - 36) \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\triangle BDE \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times DE \times AB$$

$$\begin{aligned} \therefore DE &= \frac{\triangle BDE \text{ 的面積} \times 2}{AB} \\ &= \frac{10 \times 2}{8} \text{ cm} \\ &= 2.5 \text{ cm} \end{aligned}$$



5. 解：上漲了 6.7% (取答案至一位小數)

設 2020 年的平均油價為每桶 x 元。

則 2021 年的平均油價為每桶 $0.75x$ 元，

而 2022 年的平均油價為每桶 $1.25 \times 0.75x$ 元，即每桶 $0.9375x$ 元。

2023 年的平均油價回到 2020 年的價格，即每桶 x 元，比 2022 年的平均油價高。

$$\frac{x - 0.9375x}{0.9375x} \times 100\% = 6.7\% \text{ (取至一位小數)}$$

$\therefore$ 2023 年的平均油價比 2022 年的平均油價上漲了 6.7% (取至一位小數)。

2024 香港小學數學精英選拔賽 數學競賽題解

6. 解：2024 人

設這間學校的學生總人數為 x 。

$$\text{男生人數} = \frac{5x}{8} - 24$$

$$\text{女生人數} = \frac{4x}{11} + 47$$

$$\therefore \frac{5x}{8} - 24 + \frac{4x}{11} + 47 = x$$

$$\frac{5x}{8} + \frac{4x}{11} + 23 = x$$

$$55x + 32x + 2024 = 88x$$

$$x = 2024$$

即這間學校的學生總人數是 2024。

7. 解：32 平方單位

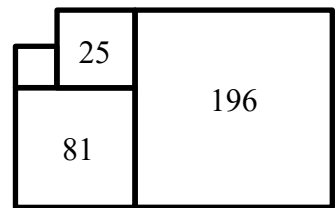
將原圖形縮小如右圖，使三個較大的正方形的面積分別減少一半，變為 196 平方單位、81 平方單位和 25 平方單位。

容易得出這三個較大的正方形的邊長分別是 14 單位、9 單位和 5 單位。

$$\therefore \text{縮小後最小正方形的邊長} = (9 - 5) \text{ 單位} = 4 \text{ 單位}$$

$$\begin{aligned} \text{即 縮小後最小正方形的面積} &= (4 \times 4) \text{ 平方單位} \\ &= 16 \text{ 平方單位} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{原先最小正方形的面積} x = 2 \times 16 \text{ 平方單位} = 32 \text{ 平方單位}$$



8. 解：36%

設酒店的原房價為每日 x 元。

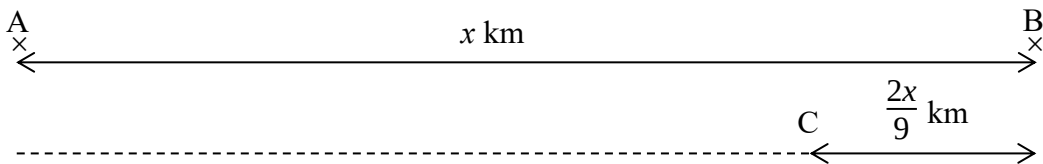
$$\begin{aligned} \text{漲價兩次後的每日房價} &= (1 + 25\%) \times (1 + 25\%) x \text{ 元} \\ &= \frac{25x}{16} \text{ 元} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{每日房價由 } \frac{25x}{16} \text{ 元減至 } x \text{ 元，降價百分比} &= \frac{\frac{25x}{16} - x}{\frac{25x}{16}} \times 100\% \\ &= 36\% \end{aligned}$$

9. 解：早上 10 時 37 分 30 秒

設 AB 全程長 x km 及當甲到達 B 地時，乙行至點 C，而當時的時間是早上 10 時 20 分。

甲的速率是 $\frac{x}{2\frac{1}{3}}$ km/h，即 $\frac{3x}{7}$ km/h，而乙的速率是 $\frac{x}{3}$ km/h。



$$\text{A 地至 C 點的距離} = \frac{x}{3} \times 2\frac{1}{3} \text{ km} = \frac{7x}{9} \text{ km，而 C 點至 B 地的距離} = (x - \frac{7x}{9}) \text{ km} = \frac{2x}{9} \text{ km}$$

$$\text{甲、乙兩人的速率之和} = (\frac{3x}{7} + \frac{x}{3}) \text{ km/h} = \frac{16x}{21} \text{ km/h}$$

乙從 C 點，而甲從 B 地迎面而行，兩人相遇所需的時間

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{2x}{9}}{\frac{16x}{21}} \text{ 小時} = \frac{7}{24} \text{ 小時} = \frac{7}{24} \times 60 \text{ 分鐘} = 17.5 \text{ 分鐘} = 17 \text{ 分鐘 } 30 \text{ 秒} \end{aligned}$$

$\therefore$ 甲與乙相遇的時間是早上 10 時 20 分再過 17 分鐘 30 秒，即早上 10 時 37 分 30 秒。

2024 香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

10. 解： $n = 108$ ； m 的最小值是 4

原先 24 個數的總和 $= 24n$

$$\therefore 24n + 2024 + m = 42(n + 2)$$

$$m = 18n - 1940$$

由以上等式，可推論出 n 的值越小，則 m 的值越小。

但 $m > 0$ ，則 $18n - 1940 > 0$ ，得出 $n > 107.77\dots$

$$\therefore \text{當 } n = 108 \text{ 時，} m \text{ 的值是最小，此時，} m = 18 \times 108 - 1940 = 4$$

11. 解：1334 人

23、11 和 4 的 L.C.M. = 1012

因參加體能測試的六年級學生共有二千多人，則參加體能測試的六年級學生人數 $= 1012 \times 2 = 2024$

$$\therefore \text{得分不到 85 分的人數} = 2024 \times \frac{1}{11} = 184$$

$$\text{得分超過 95 分的人數} = 2024 \times \frac{1}{4} = 506$$

$$\text{得分為 95 分或以下的人數} = 2024 - 506 = 1518$$

$$\text{得分在 85 分至 95 分之間（包括 85 分和 95）的人數} = 1518 - 184 = 1334$$

12. 解：14 784 人

場內的 2024 個空著坐位佔全場坐位總數的 $\frac{1}{8}$ ($= 1 - \frac{7}{8}$)。

$$\therefore \text{已經入場就坐的觀眾人數} = 2024 \times 7 = 14\,168$$

這 14 168 個就坐觀眾是預先購票的觀眾的 $\frac{23}{24}$ 。

$$\therefore \text{預先購票的觀眾的人數} = 14\,168 \div \frac{23}{24} = 14\,168 \times \frac{24}{23} = 14\,784$$

13. 解：115 cm

各鐵棒浸在水中的長度皆相等。

$$\text{鐵棒甲露出水面的長度：浸在水中的長度} = \frac{4}{5} : (1 - \frac{4}{5}) = \frac{4}{5} : \frac{1}{5} = 4 : 1 = 20 : 5$$

$$\text{鐵棒乙露出水面的長度：浸在水中的長度} = \frac{1}{2} : (1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1 : 1 = 5 : 5$$

$$\text{鐵棒丙露出水面的長度：浸在水中的長度} = \frac{8}{9} : (1 - \frac{8}{9}) = \frac{8}{9} : \frac{1}{9} = 8 : 1 = 40 : 5$$

$$\text{鐵棒丁露出水面的長度：浸在水中的長度} = \frac{3}{8} : (1 - \frac{3}{8}) = \frac{3}{8} : \frac{5}{8} = 3 : 5$$

由以上各個的比，可設鐵棒甲的長度為 $25k$ ($= 20k + 5k$) cm，浸在水中的長度為 $5k$ cm；

鐵棒乙的長度為 $10k$ ($= 5k + 5k$) cm，浸在水中的長度為 $5k$ cm；

鐵棒丙的長度為 $45k$ ($= 40k + 5k$) cm，浸在水中的長度為 $5k$ cm 和

鐵棒丁的長度為 $8k$ ($= 3k + 5k$) cm，浸在水中的長度為 $5k$ cm。

$$\therefore \text{甲、乙、丙和丁四根鐵棒的總長度} = (25k + 10k + 45k + 8k) \text{ cm} = 88k \text{ cm} = 2024 \text{ cm}$$

由此得出 $k = 23$ 。

$$\therefore \text{水池內水的深度} = 5k \text{ cm} = 5 \times 23 \text{ cm} = 115 \text{ cm}$$

2024 香港小學數學精英選拔賽
數學競賽題解

14. 解：1015 cm²

陰影部分是一個不規則圖形，要計算不規則圖形的面積，需要找到它同問題中已知面積的圖形之間的關係。根據圖形的特點，我們可以將圖形分成四個區域，I，II，III，IV 表示相應的區域的面積。於是，陰影部分的面積為

$$A = \text{II} + \text{IV} = (\text{I} + \text{II} + \text{IV}) - \text{I} \\ = (\text{I} + \text{II} + \text{IV}) - [(\text{I} + \text{II} + \text{III}) - (\text{II} + \text{III})]$$

其中，I + II + IV 是大的 1/4 圓的面積，半徑為 46 cm

$$\text{其面積為 } \frac{1}{4}\pi \times 46^2 = \frac{1}{4} \times 3 \times 46^2 = 1587 \text{ cm}^2$$

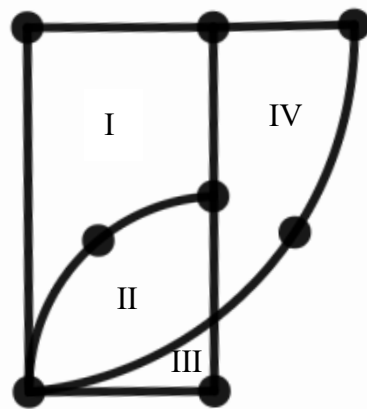
II + III 為小的 1/4 圓的面積，半徑為 $2024/46 = 44$ cm

$$\text{其面積為 } \frac{1}{4}\pi \times 44^2 = \frac{1}{4} \times 3 \times 44^2 = 1452 \text{ cm}^2$$

I + II + III 為長方形的面積 2024 cm²

所以，所求的陰影部分的面積為

$$A = 1587 - (2024 - 1452) = 1587 - 572 = 1015 \text{ cm}^2$$



15. 解：8096 cm²

如右圖所示，通過 C 點畫一直線 NM，使 NM//FE//GB，且與 FG 和 EB 依次相交於點 N 和點 M；並連接 CG。

設長方形 ABCD 的面積為 $2a$ cm²，則長方形 BEFG 的面積是 $3a$ cm²。

以 EF 為底的 $\triangle CEF$ 和以 EF 為底的長方形 EMNF 有相同的高，

$$\therefore \triangle CEF \text{ 的面積} = \frac{\text{長方形 EMNF 的面積}}{2}。$$

$$\text{同樣地，}\triangle BCG \text{ 的面積} = \frac{\text{長方形 BMNG 的面積}}{2}。$$

$$\therefore \triangle CEF \text{ 的面積} + \triangle BCG \text{ 的面積} = \frac{\text{長方形 EMNF 的面積}}{2} + \frac{\text{長方形 BMNG 的面積}}{2} \\ = \frac{\text{長方形 BEFG 的面積}}{2} = \frac{3a}{2} \text{ cm}^2$$

以 BC 為底的 $\triangle BCG$ 和以 BC 為底的長方形 ABCD 有相同的高，

$$\therefore \triangle BCG \text{ 的面積} = \frac{\text{長方形 ABCD 的面積}}{2} = \frac{2a}{2} \text{ cm}^2 = a \text{ cm}^2$$

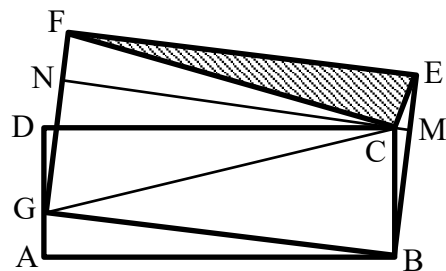
$$\text{因 } \triangle CEF \text{ 的面積} + \triangle BCG \text{ 的面積} = \frac{3a}{2} \text{ cm}^2，$$

$$\therefore 2024 + a = \frac{3a}{2}$$

$$\frac{a}{2} = 2024$$

$$a = 4048$$

$$\text{因此，長方形 ABCD 的面積} = 2a \text{ cm}^2 = 2 \times 4048 \text{ cm}^2 = 8096 \text{ cm}^2$$



— 全卷完 —